Svolgimento dell'esame di Analisi Matematica II del 11 febbraio 2026 ore 17

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Dom. 7	Dom. 8
V1	C	C	D	E	C	D	4π	$4/3$

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Calcolare la circuitazione del campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\sqrt{1+x^2+x^4} - \frac{1}{2}y^2 + e^x,\ \ 5xy + \log\left(1+\cos^2 y\right)\right)$$

lungo il bordo dell'insieme

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ \ x \geq 0,\ \ x^2+y^2 \leq 5,\ \ y \geq x+1\right\}$$

percorso in verso antiorario.

SVOLGIMENTO

Si ha che $\mathrm{dom}\,(F) = \mathbb{R}^2$ e che F è di classe C^1 su $\mathbb{R}^2$.

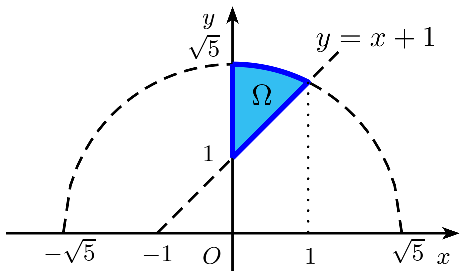
Posto $F = (f_1, f_2)$, per il Teorema di Green si ha che

$$\int_{\partial\Omega} F \cdot dP = \int_\Omega \left[\frac{\partial f_2}{\partial x}(x,y) - \frac{\partial f_1}{\partial y}(x,y)\right] dx\,dy =$$

$$= \int_\Omega 6y\,dx\,dy.$$

Osserviamo che Ω è y-semplice. Infatti,

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ \ 0 \leq x \leq 1,\ \ x+1 \leq y \leq \sqrt{5-x^2}\right\}.$$



Ne segue che

$$\int_{\partial\Omega} F \cdot dP = \int_\Omega 6y\,dx\,dy = 6\int_0^1 \left(\int_{x+1}^{\sqrt{5-x^2}} y\,dy\right) dx = 6\int_0^1 \left[\frac{1}{2}y^2\right]_{x+1}^{\sqrt{5-x^2}} dx =$$

$$= 6\int_0^1 \left(2 - x - x^2\right) dx = 6\left[2x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^1 = 7.$$

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Dom. 7	Dom. 8
V2	B	C	D	E	D	D	3π	$4/5$

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Calcolare la circuitazione del campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\log\left(1+\sin^2 x\right) - \frac{1}{2}y^2,\ \ 2xy + \sqrt{1+y^2+y^4} + e^y\right)$$

lungo il bordo dell'insieme

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ \ x \geq 0,\ \ x^2+y^2 \leq 10,\ \ y \geq x+2\right\}$$

percorso in verso antiorario.

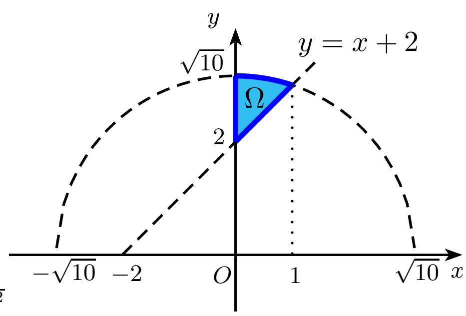
SVOLGIMENTO

Si ha che $\operatorname{dom}(F) = \mathbb{R}^2$ e che F è di classe C^1 su $\mathbb{R}^2$.

Posto $F = (f_1, f_2)$, per il Teorema di Green si ha che

$$\int_{\partial\Omega} F \cdot dP = \int_\Omega \left[\frac{\partial f_2}{\partial x}(x,y) - \frac{\partial f_1}{\partial y}(x,y)\right] dx\, dy =$$

$$= \int_\Omega 3y\, dx\, dy.$$



Osserviamo che Ω è y-semplice. Infatti,

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ \ 0 \leq x \leq 1,\ \ x+2 \leq y \leq \sqrt{10-x^2}\right\}.$$

Ne segue che

$$\int_{\partial\Omega} F \cdot dP = \int_\Omega 3y\, dx\, dy = 3\int_0^1 \left(\int_{x+2}^{\sqrt{10-x^2}} y\, dy\right) dx = 3\int_0^1 \left[\frac{1}{2}y^2\right]_{x+2}^{\sqrt{10-x^2}} dx =$$

$$= 3\int_0^1 \left(3-2x-x^2\right) dx = 3\left[3x - x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^1 = 5.$$

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Dom. 7	Dom. 8
V3	D	A	E	B	E	E	8π	$8/3$

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Calcolare la circuitazione del campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\sqrt{1+x^2+x^4} - xy + e^x,\ \frac{11}{2}x^2 + \log\left(1+\cos^2 y\right)\right)$$

lungo il bordo dell'insieme

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ \ y \geq 0,\ \ x^2+y^2 \leq 5,\ \ x \geq y+1\right\}$$

percorso in verso antiorario.

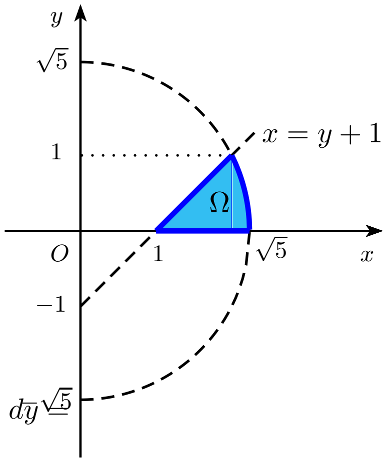
SVOLGIMENTO

Si ha che $\operatorname{dom}(F) = \mathbb{R}^2$ e che F è di classe C^1 su $\mathbb{R}^2$.

Posto $F = (f_1, f_2)$, per il Teorema di Green si ha che

$$\int_{\partial\Omega} F \cdot dP = \int_\Omega \left[\frac{\partial f_2}{\partial x}(x,y) - \frac{\partial f_1}{\partial y}(x,y)\right] dx\, dy =$$

$$= \int_\Omega 12x\, dx\, dy.$$



Osserviamo che Ω è x-semplice. Infatti,

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ \ 0 \leq y \leq 1,\ \ y+1 \leq x \leq \sqrt{5-y^2}\right\}.$$

Ne segue che

$$\int_{\partial\Omega} F \cdot dP = \int_\Omega 12x\, dx\, dy = 12 \int_0^1 \left(\int_{y+1}^{\sqrt{5-y^2}} x\, dx\right) dy = 12 \int_0^1 \left[\frac{1}{2}x^2\right]_{y+1}^{\sqrt{5-y^2}} dy =$$

$$= 12 \int_0^1 \left(2 - y - y^2\right) dy = 12 \left[2y - \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{3}y^3\right]_0^1 = 14.$$

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Dom. 7	Dom. 8
V4	E	D	E	B	E	C	6π	$8/5$

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Calcolare la circuitazione del campo vettoriale

$$F(x,y)=\left(\log\left(1+\sin^2 x\right)-xy,\ \frac{5}{2}x^2+\sqrt{1+y^2+y^4}+e^y\right)$$

lungo il bordo dell'insieme

$$\Omega=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ \ y\ge 0,\ \ x^2+y^2\le 10,\ \ x\ge y+2\right\}$$

percorso in verso antiorario.

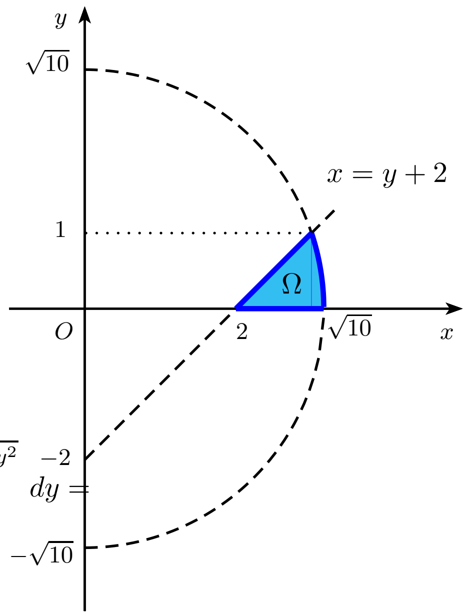
SVOLGIMENTO

Si ha che $\operatorname{dom}(F)=\mathbb{R}^2$ e che F è di classe C^1 su $\mathbb{R}^2$.

Posto $F=(f_1,f_2)$, per il Teorema di Green si ha che

$$\int_{\partial\Omega} F\cdot dP=\int_\Omega\left[\frac{\partial f_2}{\partial x}(x,y)-\frac{\partial f_1}{\partial y}(x,y)\right]\,dx\,dy=$$

$$=\int_\Omega 6x\,dx\,dy.$$



Osserviamo che Ω è x-semplice. Infatti,

$$\Omega=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ \ 0\le y\le 1,\ \ y+2\le x\le\sqrt{10-y^2}\right\}.$$

Ne segue che

$$\int_{\partial\Omega} F\cdot dP=\int_\Omega 6x\,dx\,dy=6\int_0^1\left(\int_{y+2}^{\sqrt{10-y^2}} x\,dx\right)\,dy=6\int_0^1\left[\frac{1}{2}x^2\right]_{y+2}^{\sqrt{10-y^2}}\,dy=$$

$$=6\int_0^1\left(3-2y-y^2\right)\,dy=6\left[3y-y^2-\frac{1}{3}y^3\right]_0^1=10.$$
