

VOTO

	DATI DI CHI FA L'ESAME (scrivere in STAMPATELLO MAIUSCOLO)		
	COGNOME	NOME	MATRICOLA

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE

Risposte a quiz e domande:

esatta=2.5 punti; errata=-0.5 punti; non data=0 punti

Riservato al docente

Quiz	N.	P.
Risp. esatte		
Risp. errate		
Domande	N.	P.
Risp. esatte		
Risp. errate		
Esercizio	F.	P.
Svolg.=		

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Dom. 7	Dom. 8
V1								

- Risposte QUIZ: scrivere la LETTERA che corrisponde alla risposta scelta ad ogni quiz nella tabella qui sopra. Verranno valutate **SOLO** le risposte scritte in questa tabella.

- Risposte DOMANDE: scrivere le risposte alle Domande 7 e 8 nello spazio riservato nella tabella qui sopra. Verranno valutate **SOLO** le risposte scritte in questa tabella.

- Non usare libri, appunti, calcolatrici, computer, telefonini.

CONSEGNARE SOLO QUESTI DUE FOGLI!

Quiz 1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione ottenuta prolungando per periodicità a tutto $\mathbb{R}$ la funzione $g : [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $g(x) = x^3 - \pi^2 x$ e per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, siano b_n i coefficienti di Fourier di f . La serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$

- ☐ A converge a π^6 .
- ☐ B converge a $\frac{16}{105}\pi^6$.
- ☐ C converge a $\frac{32}{105}\pi^6$.
- ☐ D converge a $\frac{8}{105}\pi^6$.
- ☐ E diverge.

Quiz 2. Sia $F : \mathbb{R}^3 \setminus \{(1, 2, 3)\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo vettoriale di classe C^1 indivergente ma non solenoidale, e siano Σ e S due superfici chiuse e diverse che sono i bordi rispettivamente di due aperti con bordo D e V di $\mathbb{R}^3$ che contengono il punto $(1, 2, 3)$.

Indicati con I_Σ e I_S i flussi uscenti di F rispettivamente dal bordo di D e dal bordo di V , quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- ☐ A $I_\Sigma \neq I_S = 0$.
- ☐ B $I_\Sigma = I_S \neq 0$.
- ☐ C $I_\Sigma = I_S = 0$.
- ☐ D $0 = I_\Sigma \neq I_S$.
- ☐ E $I_\Sigma \neq I_S$ con $I_\Sigma \neq 0$ e $I_S \neq 0$.

Quiz 3. Si consideri la funzione $f(x, y) = (x^2 - 1) \log(e^2 + 1 - y^2)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- ☐ **A** La funzione f ha un punto di massimo locale e non ha né punti di minimo locale né punti di sella.
- ☐ **B** La funzione f ha un punto di massimo locale e ha quattro punti di sella.
- ☐ **C** La funzione f ha due punti di minimo locale, due punti di massimo locale e un punto di sella.
- ☐ **D** La funzione f ha un punto di minimo locale e non ha né punti di massimo locale né punti di sella.
- ☐ **E** La funzione f ha un punto di minimo locale e ha quattro punti di sella.

Quiz 4. Siano (a_n) una successione tale che $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- ☐ **A** Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge, allora $a_n \sim \frac{1}{n}$ per $n \rightarrow +\infty$.
- ☐ **B** Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $a_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ per $n \rightarrow +\infty$.
- ☐ **C** Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $\lim_n \sqrt[n]{a_n} = L \in [0, 1)$.
- ☐ **D** Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge, allora $\lim_n \sqrt[n]{a_n} = L \in (1, +\infty) \cup \{+\infty\}$.
- ☐ **E** Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $\lim_n a_n = 0$.

Quiz 5. Un potenziale del campo vettoriale $F(x, y) = \left(\frac{6xy^2 + 2y}{1 + x^2y^2}, \frac{6x^2y + 2x}{1 + x^2y^2} \right)$ è

- ☐ **A** $f(x, y) = 3 \log(1 + x^2y^2) + 2 \arctan(xy) - 1$.
- ☐ **B** $f(x, y) = 3 \log(1 + x^2y^2) - 2 \arctan(xy) - 3$.
- ☐ **C** $f(x, y) = 3 \log(1 + x^2y^2) + \arctan(xy) - 2$.
- ☐ **D** $f(x, y) = \log(1 + x^2y^2) + 2 \arctan(xy) + 1$.
- ☐ **E** $f(x, y) = \log(1 + x^2y^2) + \arctan(xy) + 2$.

Quiz 6. L'integrale di linea del campo vettoriale $F(x, y, z) = (x + y - z, y, z - x - y)$ lungo la curva parametrica $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\gamma(t) = (2t^2, 3t + t^2, 2t^2)$ vale

- ☐ **A** 8. ☐ **B** 2. ☐ **C** 0. ☐ **D** 4. ☐ **E** 16.

Domanda 7. Sia $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq \sqrt{e-1}, 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

Quanto vale l'integrale $\int_{\Omega} \frac{16z}{(x^2 + y^2 + z^2)^2 + 1} dx dy dz$?

(Scrivere SOLO la risposta NUMERICA nella tabella in prima pagina)

Domanda 8. Si considerino la superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 17, z \geq 1, x^2 + y^2 \geq 1\}$ e il campo vettoriale $F(x, y, z) = \left(\frac{\sqrt{17}yz}{(x^2 + y^2) \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + e^{x^2} \sin x, \log(1 + y^2) - \frac{\sqrt{17}xz}{(x^2 + y^2) \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \cos(z^4 + 2) \right)$.

Quanto vale l'integrale di linea di F lungo il bordo di Σ orientato positivamente rispetto al versore normale a Σ che forma un angolo acuto con il versore fondamentale dell'asse z ?

(Scrivere SOLO la risposta NUMERICA nella tabella in prima pagina)

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Siano $a > 0$ e $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^4 + y^2 + z^2 \leq a^4, x \geq 0\}$. Calcolare il volume di Ω .

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO (In caso di necessità scrivere anche sul retro)

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO

VOTO

	DATI DI CHI FA L'ESAME (scrivere in STAMPATELLO MAIUSCOLO)		
	COGNOME	NOME	MATRICOLA

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE

Risposte a quiz e domande:

esatta=2.5 punti; errata=-0.5 punti; non data=0 punti

Riservato al docente

Quiz	N.	P.
Risp. esatte		
Risp. errate		
Domande	N.	P.
Risp. esatte		
Risp. errate		
Esercizio	F.	P.
Svolg.=		

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Dom. 7	Dom. 8
V2								

- Risposte QUIZ: scrivere la LETTERA che corrisponde alla risposta scelta ad ogni quiz nella tabella qui sopra. Verranno valutate **SOLO** le risposte scritte in questa tabella.

- Risposte DOMANDE: scrivere le risposte alle Domande 7 e 8 nello spazio riservato nella tabella qui sopra. Verranno valutate **SOLO** le risposte scritte in questa tabella.

- Non usare libri, appunti, calcolatrici, computer, telefonini.

CONSEGNARE SOLO QUESTI DUE FOGLI!

Quiz 1. Sia $F : \mathbb{R}^3 \setminus \{(-1, -2, -3)\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo vettoriale di classe C^1 indivergente ma non solenoidale, e siano Σ e S due superfici chiuse e diverse che sono i bordi rispettivamente di due aperti con bordo D e V di $\mathbb{R}^3$ che contengono il punto $(-1, -2, -3)$.

Indicati con I_Σ e I_S i flussi uscenti di F rispettivamente dal bordo di D e dal bordo di V , quale delle seguenti affermazioni è corretta?

☐ A $I_\Sigma \neq I_S$ con $I_\Sigma \neq 0$ e $I_S \neq 0$.

☐ B $I_\Sigma = I_S \neq 0$.

☐ C $I_\Sigma \neq I_S = 0$.

☐ D $0 = I_\Sigma \neq I_S$.

☐ E $I_\Sigma = I_S = 0$.

Quiz 2. Siano (a_n) una successione tale che $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

☐ A Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} = L \in [0, 1)$.

☐ B Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $a_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ per $n \rightarrow +\infty$.

☐ C Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge, allora $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} = L \in (1, +\infty) \cup \{+\infty\}$.

☐ D Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge, allora $a_n \sim \frac{1}{n}$ per $n \rightarrow +\infty$.

☐ E Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $\lim_n a_n = 0$.

Versione V2

Quiz 3. Un potenziale del campo vettoriale $F(x, y) = \left(\frac{10xy^2 - 4y}{1 + x^2y^2}, \frac{10x^2y - 4x}{1 + x^2y^2} \right)$ è

- ☐ A $f(x, y) = \log(1 + x^2y^2) - 4 \arctan(xy) + 2.$
- ☐ B $f(x, y) = 5 \log(1 + x^2y^2) - \arctan(xy) - 3.$
- ☐ C $f(x, y) = 5 \log(1 + x^2y^2) - 4 \arctan(xy) - 2.$
- ☐ D $f(x, y) = 5 \log(1 + x^2y^2) + 4 \arctan(xy) - 4.$
- ☐ E $f(x, y) = \log(1 + x^2y^2) - \arctan(xy) + 3.$

Quiz 4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione ottenuta prolungando per periodicità a tutto $\mathbb{R}$ la funzione $g : [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $g(x) = \pi^2x - 5x^3$ e per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, siano b_n i coefficienti di Fourier di f . La serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$

- ☐ A converge a $\frac{80}{21}\pi^6.$
- ☐ B diverge.
- ☐ C converge a $\frac{20}{21}\pi^6.$
- ☐ D converge a $\pi^6.$
- ☐ E converge a $\frac{40}{21}\pi^6.$

Quiz 5. L'integrale di linea del campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, x + y - z, z - x - y)$ lungo la curva parametrica $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\gamma(t) = (7t + t^2, 6t^2, 6t^2)$ vale

- ☐ A 8. ☐ B 64. ☐ C 16. ☐ D 32. ☐ E 0.

Quiz 6. Si consideri la funzione $f(x, y) = (25 - x^2) \log(e^2 + 1 - y^2)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- ☐ A La funzione f ha un punto di minimo locale e non ha né punti di massimo locale né punti di sella.
- ☐ B La funzione f ha un punto di massimo locale e non ha né punti di minimo locale né punti di sella.
- ☐ C La funzione f ha un punto di minimo locale e ha quattro punti di sella.
- ☐ D La funzione f ha un punto di massimo locale e ha quattro punti di sella.
- ☐ E La funzione f ha due punti di minimo locale, due punti di massimo locale e un punto di sella.

Domanda 7. Sia $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq \sqrt{e^3 - 1}, 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}.$

Quanto vale l'integrale $\int_{\Omega} \frac{8z}{(x^2 + y^2 + z^2)^2 + 1} dx dy dz$?

(Scrivere SOLO la risposta NUMERICA nella tabella in prima pagina)

Domanda 8. Si considerino la superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 13, z \geq 2, x^2 + y^2 \geq 4\}$ e il campo vettoriale $F(x, y, z) = \left(\log(1 + x^2) + \frac{\sqrt{13}yz}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \cos(y^2 + 1) - \frac{\sqrt{13}xz}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, e^z \sin z \right).$

Quanto vale l'integrale di linea di F lungo il bordo di Σ orientato positivamente rispetto al versore normale a Σ che forma un angolo acuto con il versore fondamentale dell'asse z ?

(Scrivere SOLO la risposta NUMERICA nella tabella in prima pagina)

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Siano $b > 0$ e $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^4 + z^2 \leq b^4, y \geq 0\}$. Calcolare il volume di Ω .

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO (In caso di necessità scrivere anche sul retro)

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO

VOTO

	DATI DI CHI FA L'ESAME (scrivere in STAMPATELLO MAIUSCOLO)		
	COGNOME	NOME	MATRICOLA

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE

Risposte a quiz e domande:

esatta=2.5 punti; errata=-0.5 punti; non data=0 punti

Riservato al docente

Quiz	N.	P.
Risp. esatte		
Risp. errate		
Domande	N.	P.
Risp. esatte		
Risp. errate		
Esercizio	F.	P.
Svolg.=		

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Dom. 7	Dom. 8
V3								

- Risposte QUIZ: scrivere la LETTERA che corrisponde alla risposta scelta ad ogni quiz nella tabella qui sopra. Verranno valutate **SOLO** le risposte scritte in questa tabella.

- Risposte DOMANDE: scrivere le risposte alle Domande 7 e 8 nello spazio riservato nella tabella qui sopra. Verranno valutate **SOLO** le risposte scritte in questa tabella.

- Non usare libri, appunti, calcolatrici, computer, telefonini.

CONSEGNARE SOLO QUESTI DUE FOGLI!

Quiz 1. Si consideri la funzione $f(x, y) = (y^2 - 16) \log(e^2 + 1 - x^2)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- ☐ A La funzione f ha un punto di massimo locale e ha quattro punti di sella.
- ☐ B La funzione f ha un punto di minimo locale e ha quattro punti di sella.
- ☐ C La funzione f ha un punto di minimo locale e non ha né punti di massimo locale né punti di sella.
- ☐ D La funzione f ha un punto di massimo locale e non ha né punti di minimo locale né punti di sella.
- ☐ E La funzione f ha due punti di minimo locale, due punti di massimo locale e un punto di sella.

Quiz 2. Siano (a_n) una successione tale che $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- ☐ A Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $\lim_n \sqrt[n]{a_n} = L \in [0, 1)$.
- ☐ B Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $\lim_n a_n = 0$.
- ☐ C Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $a_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ per $n \rightarrow +\infty$.
- ☐ D Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge, allora $a_n \sim \frac{1}{n}$ per $n \rightarrow +\infty$.
- ☐ E Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge, allora $\lim_n \sqrt[n]{a_n} = L \in (1, +\infty) \cup \{+\infty\}$.

Quiz 3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione ottenuta prolungando per periodicità a tutto $\mathbb{R}$ la funzione $g : [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $g(x) = \pi^2 x - x^3$ e per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, siano b_n i coefficienti di Fourier di f . La serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$

☐ **A** converge a $\frac{32}{105}\pi^6$.

☐ **B** diverge.

☐ **C** converge a $\frac{16}{105}\pi^6$.

☐ **D** converge a π^6 .

☐ **E** converge a $\frac{8}{105}\pi^6$.

Quiz 4. Sia $F : \mathbb{R}^3 \setminus \{(1, 2, 3)\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo vettoriale di classe C^1 indivergente ma non solenoidale, e siano Σ e S due superfici chiuse e diverse che sono i bordi rispettivamente di due aperti con bordo D e V di $\mathbb{R}^3$ che contengono il punto $(1, 2, 3)$.

Indicati con I_Σ e I_S i flussi uscenti di F rispettivamente dal bordo di D e dal bordo di V , quale delle seguenti affermazioni è corretta?

☐ **A** $I_\Sigma = I_S = 0$.

☐ **B** $0 = I_\Sigma \neq I_S$.

☐ **C** $I_\Sigma = I_S \neq 0$.

☐ **D** $I_\Sigma \neq I_S = 0$.

☐ **E** $I_\Sigma \neq I_S$ con $I_\Sigma \neq 0$ e $I_S \neq 0$.

Quiz 5. L'integrale di linea del campo vettoriale $F(x, y, z) = (x - y - z, y, z - x + y)$ lungo la curva parametrica $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\gamma(t) = (4t^2, 5t + t^2, 4t^2)$ vale

☐ **A** 0. ☐ **B** 9. ☐ **C** 36. ☐ **D** 3. ☐ **E** 18.

Quiz 6. Un potenziale del campo vettoriale $F(x, y) = \left(\frac{4xy^2 + 3y}{1 + x^2y^2}, \frac{4x^2y + 3x}{1 + x^2y^2} \right)$ è

☐ **A** $f(x, y) = 2 \log(1 + x^2y^2) + 3 \arctan(xy) + 1$.

☐ **B** $f(x, y) = 2 \log(1 + x^2y^2) - 3 \arctan(xy) + 3$.

☐ **C** $f(x, y) = \log(1 + x^2y^2) + 3 \arctan(xy) - 1$.

☐ **D** $f(x, y) = \log(1 + x^2y^2) + \arctan(xy) - 2$.

☐ **E** $f(x, y) = 2 \log(1 + x^2y^2) + \arctan(xy) + 2$.

Domanda 7. Sia $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq \sqrt{e-1}, 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

Quanto vale l'integrale $\int_{\Omega} \frac{32z}{(x^2 + y^2 + z^2)^2 + 1} dx dy dz$?

(Scrivere SOLO la risposta NUMERICA nella tabella in prima pagina)

Domanda 8. Si considerino la superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 26, z \geq 1, x^2 + y^2 \geq 1\}$ e il campo vettoriale $F(x, y, z) = \left(\frac{\sqrt{26}yz}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + e^x \cos x, \log(1 + y^4) - \frac{\sqrt{26}xz}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \sin(z^2 + 4) \right)$.

Quanto vale l'integrale di linea di F lungo il bordo di Σ orientato positivamente rispetto al versore normale a Σ che forma un angolo acuto con il versore fondamentale dell'asse z ?

(Scrivere SOLO la risposta NUMERICA nella tabella in prima pagina)

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Siano $a > 0$ e $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^4 + y^2 + z^2 \leq a^4, x \geq 0\}$. Calcolare il volume di Ω .

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO (In caso di necessità scrivere anche sul retro)

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO

VOTO

	DATI DI CHI FA L'ESAME (scrivere in STAMPATELLO MAIUSCOLO)		
	COGNOME	NOME	MATRICOLA

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE

Risposte a quiz e domande:

esatta=2.5 punti; errata=-0.5 punti; non data=0 punti

Riservato al docente

Quiz	N.	P.
Risp. esatte		
Risp. errate		
Domande	N.	P.
Risp. esatte		
Risp. errate		
Esercizio	F.	P.
Svolg.=		

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Dom. 7	Dom. 8
V4								

- Risposte QUIZ: scrivere la LETTERA che corrisponde alla risposta scelta ad ogni quiz nella tabella qui sopra. Verranno valutate **SOLO** le risposte scritte in questa tabella.

- Risposte DOMANDE: scrivere le risposte alle Domande 7 e 8 nello spazio riservato nella tabella qui sopra. Verranno valutate **SOLO** le risposte scritte in questa tabella.

- Non usare libri, appunti, calcolatrici, computer, telefonini.

CONSEGNARE SOLO QUESTI DUE FOGLI!

Quiz 1. Siano (a_n) una successione tale che $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- [A] Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge, allora $a_n \sim \frac{1}{n}$ per $n \rightarrow +\infty$.
- [B] Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $\lim_n a_n = 0$.
- [C] Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $a_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ per $n \rightarrow +\infty$.
- [D] Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge, allora $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} = L \in (1, +\infty) \cup \{+\infty\}$.
- [E] Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, allora $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} = L \in [0, 1)$.

Quiz 2. Sia $F : \mathbb{R}^3 \setminus \{(-1, -2, -3)\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo vettoriale di classe C^1 indivergente ma non solenoidale, e siano Σ e S due superfici chiuse e diverse che sono i bordi rispettivamente di due aperti con bordo D e V di $\mathbb{R}^3$ che contengono il punto $(-1, -2, -3)$.

Indicati con I_Σ e I_S i flussi uscenti di F rispettivamente dal bordo di D e dal bordo di V , quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- [A] $I_\Sigma \neq I_S = 0$.
- [B] $I_\Sigma = I_S \neq 0$.
- [C] $I_\Sigma = I_S = 0$.
- [D] $0 = I_\Sigma \neq I_S$.
- [E] $I_\Sigma \neq I_S$ con $I_\Sigma \neq 0$ e $I_S \neq 0$.

Versione V4

Quiz 3. L'integrale di linea del campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, z - x - y, z + x - y)$ lungo la curva parametrica $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\gamma(t) = (9t + t^2, 8t^2, 8t^2)$ vale

- ☐ A 50. ☐ B 0. ☐ C 25. ☐ D 5. ☐ E 100.

Quiz 4. Un potenziale del campo vettoriale $F(x, y) = \left(\frac{8xy^2 - 5y}{1 + x^2y^2}, \frac{8x^2y - 5x}{1 + x^2y^2} \right)$ è

- ☐ A $f(x, y) = 4 \log(1 + x^2y^2) - 5 \arctan(xy) + 2$.
☐ B $f(x, y) = 4 \log(1 + x^2y^2) + 5 \arctan(xy) + 4$.
☐ C $f(x, y) = 4 \log(1 + x^2y^2) - \arctan(xy) + 3$.
☐ D $f(x, y) = \log(1 + x^2y^2) - \arctan(xy) - 3$.
☐ E $f(x, y) = \log(1 + x^2y^2) - 5 \arctan(xy) - 2$.

Quiz 5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione ottenuta prolungando per periodicità a tutto $\mathbb{R}$ la funzione $g : [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $g(x) = 5x^3 - \pi^2x$ e per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, siano b_n i coefficienti di Fourier di f . La serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$

- ☐ A converge a $\frac{40}{21}\pi^6$.
☐ B converge a $\frac{80}{21}\pi^6$.
☐ C converge a $\frac{20}{21}\pi^6$.
☐ D converge a π^6 .
☐ E diverge.

Quiz 6. Si consideri la funzione $f(x, y) = (36 - y^2) \log(e^2 + 1 - x^2)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- ☐ A La funzione f ha un punto di minimo locale e ha quattro punti di sella.
☐ B La funzione f ha due punti di minimo locale, due punti di massimo locale e un punto di sella.
☐ C La funzione f ha un punto di massimo locale e non ha né punti di minimo locale né punti di sella.
☐ D La funzione f ha un punto di minimo locale e non ha né punti di massimo locale né punti di sella.
☐ E La funzione f ha un punto di massimo locale e ha quattro punti di sella.

Domanda 7. Sia $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq \sqrt{e^3 - 1}, 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

Quanto vale l'integrale $\int_{\Omega} \frac{16z}{(x^2 + y^2 + z^2)^2 + 1} dx dy dz$?

(Scrivere SOLO la risposta NUMERICA nella tabella in prima pagina)

Domanda 8. Si considerino la superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 20, z \geq 2, x^2 + y^2 \geq 4\}$ e il campo vettoriale $F(x, y, z) = \left(\log(1 + x^4) + \frac{\sqrt{20}yz}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \sin(y^4 + 1) - \frac{\sqrt{20}xz}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, e^z \cos z \right)$.

Quanto vale l'integrale di linea di F lungo il bordo di Σ orientato positivamente rispetto al versore normale a Σ che forma un angolo acuto con il versore fondamentale dell'asse z ?

(Scrivere SOLO la risposta NUMERICA nella tabella in prima pagina)

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Siano $b > 0$ e $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^4 + z^2 \leq b^4, y \geq 0\}$. Calcolare il volume di Ω .

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO (In caso di necessità scrivere anche sul retro)

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO