Analisi Matematica II – 24 gennaio 2022 ore 17

VOTO

DATI DELLO STUDENTE

COGNOME	NOME	MATRICOLA

Riservato al docente

Quiz	**N.**	**Punti**
Risp. corrette		
Risp. errate		
Risp. non date		
Esercizio	**F.**	**Punti**
Svolg.=		

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE

Risposte ai quiz (corretta=$2,5$ punti; errata=$-0,5$ punti; non data=0 punti)

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Quiz 7	Quiz 8
V1								

- Compilare in STAMPATELLO MAIUSCOLO la tabella “DATI DELLO STUDENTE”.
- Scrivere la risposta individuata ad ogni quiz nella tabella “Risposte ai quiz”.
- Non usare libri, appunti, calcolatrici, computer, telefonini.

RESTITUIRE SOLO QUESTI DUE FOGLI!

Quiz 1. Siano $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione e $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

$\boxed{A}$ Se f non è differenziabile in (x_0, y_0), allora f non è continua in (x_0, y_0).

$\boxed{B}$ Se esistono $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ in ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ e non sono continue in (x_0, y_0), allora f non è differenziabile in (x_0, y_0).

$\boxed{C}$ Se per ogni $v \in \mathbb{R}^2$ esiste $\dfrac{\partial f}{\partial v}(x_0, y_0)$, allora f è continua in (x_0, y_0).

$\boxed{D}$ Se esiste $\nabla f(x_0, y_0)$, allora f è continua in (x_0, y_0).

$\boxed{E}$ Nessuna delle altre è corretta.

Quiz 2. L'integrale di linea del campo vettoriale $F(x,y) = \left(2 + \dfrac{12\,e^x}{1+(e^x+e^y-1)^2},\ 10y + \dfrac{12\,e^y}{1+(e^x+e^y-1)^2}\right)$ lungo la curva parametrica $\gamma : [0,7] \to \mathbb{R}^2$ definita da $\gamma(t) = \left(t^9 - 7t^8 + \dfrac{t}{7}\log\sqrt{3},\ \sin\left[(t-7)\left(e^{1+t}-e\right)\right]\right)$ vale

$\boxed{A}$ $-\log 3 - \pi$.

$\boxed{B}$ $\log 3 + \pi$.

$\boxed{C}$ $\pi - \log 3$.

$\boxed{D}$ $\log 3 - \pi$.

$\boxed{E}$ $2\log 3 - \pi$.

Quiz 3. Siano $a \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$, $b \in \left(1, \sqrt{2a}\right)$ e $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ \dfrac{1}{2}x^2 \le y \le \sqrt{2x},\ 0 \le x \le a,\ 0 \le y \le b\right\}$. L'area di Ω vale

$\boxed{A}$ $ab - \dfrac{1}{3}\left(a^3 + b^3\right)$.

$\boxed{B}$ $ab + \dfrac{2}{3}a^{3/2} - \dfrac{1}{3}a^3$.

$\boxed{C}$ $ab + \dfrac{1}{3}\left(a^3 + b^3\right)$.

$\boxed{D}$ $ab - \dfrac{1}{6}\left(a^3 + b^3\right)$.

$\boxed{E}$ $ab + \dfrac{1}{6}\left(a^3 + b^3\right)$.

Versione V1

Quiz 4. Siano $F:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ un campo vettoriale continuo e conservativo, $\Gamma_1=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2=1,\ y\ge 0\}$, $\Gamma_2=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ 4x^2+y^2=4,\ y\ge 0\}$, $\Gamma_3=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ -1\le x\le 1,\ y=x^2-1\}$, $\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3$ tre curve parametriche regolari che parametrizzano rispettivamente $\Gamma_1,\Gamma_2,\Gamma_3$ inducendo su di esse un verso di percorrenza antiorario. Quale delle seguenti uguaglianze è corretta?

A $\displaystyle\int_{\gamma_1} F\cdot dP=\int_{\gamma_2} F\cdot dP-\int_{\gamma_3} F\cdot dP.$

B $\displaystyle\int_{\gamma_1} F\cdot dP=\int_{\gamma_3} F\cdot dP-\int_{\gamma_2} F\cdot dP.$

C $\displaystyle\int_{\gamma_1} F\cdot dP=\int_{\gamma_2} F\cdot dP+\int_{\gamma_3} F\cdot dP.$

D $\displaystyle\int_{\gamma_1} F\cdot dP=\frac{1}{2}\left(\int_{\gamma_3} F\cdot dP-\int_{\gamma_2} F\cdot dP\right).$

E $\displaystyle\int_{\gamma_1} F\cdot dP=\frac{1}{2}\left(\int_{\gamma_2} F\cdot dP-\int_{\gamma_3} F\cdot dP\right).$

Quiz 5. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\frac{\left(4n^2-n^3\sin\frac{4}{n}\right)\left(5e^{-n}+e^{1/n}-1\right)}{(n+1)\log n-n\log(n+1)}$

A converge a 0.

B converge ad un numero reale $S>0$.

C converge ad un numero reale $S<0$.

D diverge positivamente.

E diverge negativamente.

Quiz 6. Siano $f(x,y)=x^{11}+12x-y^5-8y,\quad P(1,-1),\ Q(1,-2),\ S(1,1)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

A I punti P,Q,S sono di sella per f.

B I punti P,Q sono di massimo locale per f.

C Il punto S è di massimo locale per f.

D Nessuna delle altre è corretta.

E I punti P,Q sono di minimo locale per f.

Quiz 7. Sia $R>0$. Il flusso uscente del campo vettoriale

$$F(x,y,z)=\left(\frac{2+\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}\,x,\ \frac{2+\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}\,y,\ \frac{2+\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}\,z\right)$$

dal bordo di $\Omega=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3:\ x^2+y^2+z^2\le R^2\}$ vale

A $4\pi\left(R^3+2\right)$.

B $4\pi\left(R^3+1\right)$.

C $4\pi R^3$.

D $2\pi R^3$.

E 0.

Versione V1

Quiz 8. Sia $\Omega = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2+z^2-2 \le y \le \sqrt{x^2+z^2}, \ x^2+z^2 \le 9\right\}$.

L'integrale $\displaystyle\int_\Omega \big(7x+3y+9z+8xz\big)\,dx\,dy\,dz$ vale

$\boxed{A}$ 8π.

$\boxed{B}$ 2π.

$\boxed{C}$ 4π.

$\boxed{D}$ $\dfrac{16}{3}\pi$.

$\boxed{E}$ $\dfrac{32}{3}\pi$.

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Calcolare l'integrale di linea del campo vettoriale

$$F(x,y,z) = \left(6yz + \log\left(1+16x^4\right), \ -2xz + e^{y^2+5y^6}, \ 2xy + \sqrt{9+z^8}\right)$$

lungo il bordo della superficie

$$\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ z = 5 + \sqrt{x^2+y^2}, \ 1 \le x^2+y^2 \le 4, \ 0 \le x \le y\right\}$$

orientato positivamente rispetto al versore normale a Σ che forma un angolo acuto con il versore fondamentale dell'asse z.

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO

Versione V1

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO

Analisi Matematica II – 24 gennaio 2022 ore 17

VOTO

DATI DELLO STUDENTE

COGNOME	NOME	MATRICOLA

Riservato al docente

Quiz	**N.**	**Punti**
Risp. corrette		
Risp. errate		
Risp. non date		
Esercizio	**F.**	**Punti**
Svolg.=		

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE

Risposte ai quiz (corretta=$2,5$ punti; errata=$-0,5$ punti; non data=0 punti)

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Quiz 7	Quiz 8
V2								

- Compilare in STAMPATELLO MAIUSCOLO la tabella "DATI DELLO STUDENTE".
- Scrivere la risposta individuata ad ogni quiz nella tabella "Risposte ai quiz".
- Non usare libri, appunti, calcolatrici, computer, telefonini.

RESTITUIRE SOLO QUESTI DUE FOGLI!

Quiz 1. L'integrale di linea del campo vettoriale $F(x,y) = \left(10x + \dfrac{12\,e^x}{1+(e^x+e^y-1)^2},\ 2 + \dfrac{12\,e^y}{1+(e^x+e^y-1)^2}\right)$ lungo la curva parametrica $\gamma : [0,7] \to \mathbb{R}^2$ definita da $\gamma(t) = \left(\sin\left[(t-7)\left(e^{1+t}-e\right)\right],\ t^9 - 7t^8 + \dfrac{t}{7}\log\sqrt{3}\right)$ vale

A $\pi - \log 3$.

B $-\log 3 - \pi$.

C $2\log 3 - \pi$.

D $\log 3 + \pi$.

E $\log 3 - \pi$.

Quiz 2. Siano $a \in (1,2)$, $b \in \left(2, 2\sqrt{a}\right)$ e $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ \dfrac{1}{4}y^2 \le x \le 2\sqrt{y},\ 0 \le x \le a,\ 0 \le y \le b\right\}$. L'area di Ω vale

A $ab + \dfrac{1}{6}\left(a^3+b^3\right)$.

B $ab - \dfrac{1}{12}\left(a^3+b^3\right)$.

C $ab + \dfrac{1}{12}\left(a^3+b^3\right)$.

D $ab - \dfrac{1}{6}\left(a^3+b^3\right)$.

E $ab + \dfrac{4}{3}a^{3/2} - \dfrac{1}{6}a^3$.

Quiz 3. Siano $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione e $(x_0,y_0) \in \mathbb{R}^2$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

A Se f è differenziabile in (x_0,y_0) ed esistono $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ in ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, allora $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ sono continue in (x_0,y_0).

B Se f è differenziabile in (x_0,y_0), allora per ogni $v \in \mathbb{R}^2$ esiste $\dfrac{\partial f}{\partial v}$ in ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ ed è continua in (x_0,y_0).

C Se f non è differenziabile in (x_0,y_0), allora non esiste $\nabla f(x_0,y_0)$.

D Nessuna delle altre è corretta.

E Se esiste $\nabla f(x_0,y_0)$, allora f è continua in (x_0,y_0).

Versione V2

Quiz 4. Sia $\Omega = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ y^2+z^2-6 \le x \le \sqrt{y^2+z^2}, \ y^2+z^2 \le 16\right\}$.

L'integrale $\displaystyle\int_\Omega \left(4x+5y+6z+8yz\right) dx\,dy\,dz$ vale

A -63π.

B -162π.

C $-\dfrac{63}{2}\pi$.

D -81π.

E $-\dfrac{81}{2}\pi$.

Quiz 5. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\left(n^4 \sin\frac{2}{n} - 2n^3\right)\left(e^{1/n}-1-7e^{-n}\right)}{(n+1)\log^2(n+1) - n\log n}$

A converge ad un numero reale $S<0$.

B converge a 0.

C diverge negativamente.

D diverge positivamente.

E converge ad un numero reale $S>0$.

Quiz 6. Siano $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un campo vettoriale continuo e conservativo, $\Gamma_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2+y^2=1, \ x \ge 0\right\}$, $\Gamma_2 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2+4y^2=4, \ x \ge 0\right\}$, $\Gamma_3 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ -1 \le y \le 1, \ x = y^2-1\right\}$, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ tre curve parametriche regolari che parametrizzano rispettivamente $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ inducendo su di esse un verso di percorrenza antiorario. Quale delle seguenti uguaglianze è corretta?

A $\displaystyle\int_{\gamma_2} F \cdot dP = \int_{\gamma_3} F \cdot dP - \int_{\gamma_1} F \cdot dP$.

B $\displaystyle\int_{\gamma_2} F \cdot dP = \int_{\gamma_1} F \cdot dP - \int_{\gamma_3} F \cdot dP$.

C $\displaystyle\int_{\gamma_2} F \cdot dP = \frac{1}{2}\left(\int_{\gamma_1} F \cdot dP - \int_{\gamma_3} F \cdot dP\right)$.

D $\displaystyle\int_{\gamma_2} F \cdot dP = \int_{\gamma_1} F \cdot dP + \int_{\gamma_3} F \cdot dP$.

E $\displaystyle\int_{\gamma_2} F \cdot dP = \frac{1}{2}\left(\int_{\gamma_3} F \cdot dP - \int_{\gamma_1} F \cdot dP\right)$.

Quiz 7. Sia $R>0$. Il flusso uscente del campo vettoriale

$$F(x,y,z) = \left(\frac{2-\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}\,x, \ \frac{2-\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}\,y, \ \frac{2-\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}\,z\right)$$

dal bordo di $\Omega = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2+y^2+z^2 \le R^2\right\}$ vale

A $4\pi\left(1-R^3\right)$.

B 0.

C $-4\pi R^3$.

D $-2\pi R^3$.

E $4\pi\left(2-R^3\right)$.

Versione V2

Quiz 8. Siano $f(x,y) = y^{13} + 14y - x^5 - 10x$, $\quad P(-1,1)$, $Q(-2,1)$, $S(-1,-1)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

$\boxed{A}$ I punti P, Q sono di massimo locale per f.

$\boxed{B}$ Nessuna delle altre è corretta.

$\boxed{C}$ I punti P, Q sono di minimo locale per f.

$\boxed{D}$ Il punto S è di massimo locale per f.

$\boxed{E}$ I punti P, Q, S sono di sella per f.

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Calcolare l'integrale di linea del campo vettoriale

$$F(x,y,z) = \left(\sqrt{9+x^8} - 9yz,\ \log\left(1+16y^4\right) + 3xz,\ e^{z^2+5z^6} - 3xy\right)$$

lungo il bordo della superficie

$$\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ \ z = 4 - \sqrt{x^2+y^2},\ 1 \le x^2+y^2 \le 9,\ 0 \le y \le x\right\}$$

orientato positivamente rispetto al versore normale a Σ che forma un angolo acuto con il versore fondamentale dell'asse z.

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO

Versione V2

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO

Analisi Matematica II – 24 gennaio 2022 ore 17

VOTO

DATI DELLO STUDENTE

COGNOME	NOME	MATRICOLA

Riservato al docente

Quiz	**N.**	**Punti**
Risp. corrette		
Risp. errate		
Risp. non date		
Esercizio	**F.**	**Punti**
Svolg.=		

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE

Risposte ai quiz (corretta=$2,5$ punti; errata=$-0,5$ punti; non data=0 punti)

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Quiz 7	Quiz 8
V3								

- Compilare in STAMPATELLO MAIUSCOLO la tabella "DATI DELLO STUDENTE".
- Scrivere la risposta individuata ad ogni quiz nella tabella "Risposte ai quiz".
- Non usare libri, appunti, calcolatrici, computer, telefonini.

RESTITUIRE SOLO QUESTI DUE FOGLI!

Quiz 1. Siano $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un campo vettoriale continuo e conservativo, $\Gamma_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2+y^2=4, \ y \geq 0\}$, $\Gamma_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 9x^2+4y^2=36, \ y \geq 0\}$, $\Gamma_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ -2 \leq x \leq 2, \ y = x^2-4\}$, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ tre curve parametriche regolari che parametrizzano rispettivamente $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ inducendo su di esse un verso di percorrenza orario. Quale delle seguenti uguaglianze è corretta?

$\boxed{A}$ $\displaystyle\int_{\gamma_1} F \cdot dP = \frac{1}{2}\left(\int_{\gamma_3} F \cdot dP - \int_{\gamma_2} F \cdot dP\right)$.

$\boxed{B}$ $\displaystyle\int_{\gamma_1} F \cdot dP = \frac{1}{2}\left(\int_{\gamma_2} F \cdot dP - \int_{\gamma_3} F \cdot dP\right)$.

$\boxed{C}$ $\displaystyle\int_{\gamma_1} F \cdot dP = \int_{\gamma_2} F \cdot dP + \int_{\gamma_3} F \cdot dP$.

$\boxed{D}$ $\displaystyle\int_{\gamma_1} F \cdot dP = \int_{\gamma_3} F \cdot dP - \int_{\gamma_2} F \cdot dP$.

$\boxed{E}$ $\displaystyle\int_{\gamma_1} F \cdot dP = \int_{\gamma_2} F \cdot dP - \int_{\gamma_3} F \cdot dP$.

Quiz 2. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=4}^{\infty} \frac{\left(3n^2 - n^3 \sin \frac{3}{n}\right)\left(4e^{-n} + 1 - e^{1/n}\right)}{n \log(n-1) - (n-1)\log n}$

$\boxed{A}$ converge ad un numero reale $S < 0$.

$\boxed{B}$ converge a 0.

$\boxed{C}$ diverge negativamente.

$\boxed{D}$ diverge positivamente.

$\boxed{E}$ converge ad un numero reale $S > 0$.

Quiz 3. Siano $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione e $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

$\boxed{A}$ Nessuna delle altre è corretta.

$\boxed{B}$ Se f non è differenziabile in (x_0, y_0), allora f non è continua in (x_0, y_0).

$\boxed{C}$ Se f non è continua in (x_0, y_0), allora non esiste $\nabla f(x_0, y_0)$.

$\boxed{D}$ Se esistono $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ in ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ e non sono continue in (x_0, y_0), allora f non è differenziabile in (x_0, y_0).

$\boxed{E}$ Se per ogni $v \in \mathbb{R}^2$ esiste $\dfrac{\partial f}{\partial v}(x_0, y_0)$, allora f è continua in (x_0, y_0).

Versione V3

Quiz 4. Siano $f(x,y) = x^9 + 10x - y^3 - 9y$, $\quad P(-1,1)$, $Q(-1,2)$, $S(1,1)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

$\boxed{A}$ Nessuna delle altre è corretta.

$\boxed{B}$ I punti P, Q sono di minimo locale per f.

$\boxed{C}$ I punti P, Q, S sono di sella per f.

$\boxed{D}$ I punti P, Q sono di massimo locale per f.

$\boxed{E}$ Il punto S è di massimo locale per f.

Quiz 5. Sia $\Omega = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; -\sqrt{x^2+z^2} \leq y \leq 2 - x^2 - z^2, \;\; x^2+z^2 \leq 9\right\}$.

L'integrale $\displaystyle\int_\Omega \big(9x + 3y + 7z + 6xz\big)\, dx\, dy\, dz$ vale

$\boxed{A}$ -8π.

$\boxed{B}$ -4π.

$\boxed{C}$ -2π.

$\boxed{D}$ $-\dfrac{32}{3}\pi$.

$\boxed{E}$ $-\dfrac{16}{3}\pi$.

Quiz 6. Sia $R > 0$. Il flusso uscente del campo vettoriale

$$F(x,y,z) = \left(\frac{6 + \big(x^2+y^2+z^2\big)^{3/2}}{\big(x^2+y^2+z^2\big)^{3/2}}\; x,\; \frac{6 + \big(x^2+y^2+z^2\big)^{3/2}}{\big(x^2+y^2+z^2\big)^{3/2}}\; y,\; \frac{6 + \big(x^2+y^2+z^2\big)^{3/2}}{\big(x^2+y^2+z^2\big)^{3/2}}\; z\right)$$

dal bordo di $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2+y^2+z^2 \leq R^2\}$ vale

$\boxed{A}$ $4\pi\,(R^3 + 6)$.

$\boxed{B}$ $2\pi R^3$.

$\boxed{C}$ $4\pi R^3$.

$\boxed{D}$ $4\pi\,(R^3 + 3)$.

$\boxed{E}$ 0.

Quiz 7. Siano $b \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$, $a \in \left(1, \sqrt{2b}\right)$ e $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; \dfrac{1}{2}x^2 \leq y \leq \sqrt{2x}, \;\; 0 \leq x \leq b, \;\; 0 \leq y \leq a\right\}$. L'area di Ω vale

$\boxed{A}$ $ab + \dfrac{2}{3}b^{3/2} - \dfrac{1}{3}b^3$.

$\boxed{B}$ $ab + \dfrac{1}{6}\big(a^3 + b^3\big)$.

$\boxed{C}$ $ab - \dfrac{1}{3}\big(a^3 + b^3\big)$.

$\boxed{D}$ $ab + \dfrac{1}{3}\big(a^3 + b^3\big)$.

$\boxed{E}$ $ab - \dfrac{1}{6}\big(a^3 + b^3\big)$.

Versione V3

Quiz 8. L'integrale di linea del campo vettoriale $F(x,y) = \left(4 + \dfrac{36\,e^x}{1+(e^x+e^y-1)^2},\ 14y + \dfrac{36\,e^y}{1+(e^x+e^y-1)^2}\right)$ lungo la curva parametrica $\gamma : [0,5] \to \mathbb{R}^2$ definita da $\gamma(t) = \left(t^9 - 5t^8 + \dfrac{t}{5}\log\sqrt{3},\ \sin\left[(t-5)\left(e^{1+t}-e\right)\right]\right)$ vale

$\boxed{A}$ $\log 3 - 3\pi$.

$\boxed{B}$ $2\log 3 + 3\pi$.

$\boxed{C}$ $3\pi - 2\log 3$.

$\boxed{D}$ $2\log 3 - 3\pi$.

$\boxed{E}$ $-2\log 3 - 3\pi$.

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Calcolare l'integrale di linea del campo vettoriale

$$F(x,y,z) = \left(12yz - \log\left(1+16x^8\right),\ -4xz - e^{y^4+7y^8},\ 4xy + \sqrt{12+z^4}\right)$$

lungo il bordo della superficie

$$\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ \ z = 6 + \sqrt{x^2+y^2},\ 1 \le x^2+y^2 \le 4,\ 0 \le x \le y\right\}$$

orientato positivamente rispetto al versore normale a Σ che forma un angolo acuto con il versore fondamentale dell'asse z.

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO

Versione V3

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO

Versione V3

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO

Analisi Matematica II – 24 gennaio 2022 ore 17

VOTO

DATI DELLO STUDENTE

COGNOME	NOME	MATRICOLA

Riservato al docente

Quiz	N.	Punti
Risp. corrette		
Risp. errate		
Risp. non date		
Esercizio	**F.**	**Punti**
Svolg.=		

TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE

Risposte ai quiz (corretta=$2,5$ punti; errata=$-0,5$ punti; non data=0 punti)

Versione	Quiz 1	Quiz 2	Quiz 3	Quiz 4	Quiz 5	Quiz 6	Quiz 7	Quiz 8
V4								

- Compilare in STAMPATELLO MAIUSCOLO la tabella "DATI DELLO STUDENTE".
- Scrivere la risposta individuata ad ogni quiz nella tabella "Risposte ai quiz".
- Non usare libri, appunti, calcolatrici, computer, telefonini.

RESTITUIRE SOLO QUESTI DUE FOGLI!

Quiz 1. Siano $b \in (1,2)$, $a \in \left(2, 2\sqrt{b}\right)$ e $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ \frac{1}{4}y^2 \le x \le 2\sqrt{y}, \ 0 \le x \le b, \ 0 \le y \le a\right\}$. L'area di Ω vale

$\boxed{A}$ $ab + \frac{4}{3}ab^{3/2} - \frac{1}{6}b^3$.

$\boxed{B}$ $ab - \frac{1}{12}\left(a^3 + b^3\right)$.

$\boxed{C}$ $ab - \frac{1}{6}\left(a^3 + b^3\right)$.

$\boxed{D}$ $ab + \frac{1}{6}\left(a^3 + b^3\right)$.

$\boxed{E}$ $ab + \frac{1}{12}\left(a^3 + b^3\right)$.

Quiz 2. Sia $\Omega = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ -\sqrt{y^2+z^2} \le x \le 6 - y^2 - z^2, \ y^2 + z^2 \le 16\right\}$.

L'integrale $\int_\Omega \left(4x + 6y + 5z + 9yz\right) dx\, dy\, dz$ vale

$\boxed{A}$ $\frac{63}{2}\pi$. $\boxed{B}$ $\frac{81}{2}\pi$. $\boxed{C}$ -63π. $\boxed{D}$ 162π. $\boxed{E}$ 81π.

Quiz 3. Siano $f(x,y) = y^{15} + 16y - x^3 - 12x$, $\quad P(1,-1)$, $Q(2,-1)$, $S(-1,-1)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

$\boxed{A}$ Nessuna delle altre è corretta.

$\boxed{B}$ I punti P, Q, S sono di sella per f.

$\boxed{C}$ I punti P, Q sono di minimo locale per f.

$\boxed{D}$ Il punto S è di massimo locale per f.

$\boxed{E}$ I punti P, Q sono di massimo locale per f.

Versione V4

Quiz 4. Siano $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un campo vettoriale continuo e conservativo, $\Gamma_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 = 4, \ x \geq 0\}$, $\Gamma_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 4x^2 + 9y^2 = 36, \ x \geq 0\}$, $\Gamma_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ -2 \leq y \leq 2, \ x = y^2 - 4\}$, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ tre curve parametriche regolari che parametrizzano rispettivamente $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ inducendo su di esse un verso di percorrenza orario. Quale delle seguenti uguaglianze è corretta?

A $\displaystyle\int_{\gamma_2} F \cdot dP = \int_{\gamma_1} F \cdot dP - \int_{\gamma_3} F \cdot dP.$

B $\displaystyle\int_{\gamma_2} F \cdot dP = \int_{\gamma_3} F \cdot dP - \int_{\gamma_1} F \cdot dP.$

C $\displaystyle\int_{\gamma_2} F \cdot dP = \int_{\gamma_1} F \cdot dP + \int_{\gamma_3} F \cdot dP.$

D $\displaystyle\int_{\gamma_2} F \cdot dP = \frac{1}{2}\left(\int_{\gamma_1} F \cdot dP - \int_{\gamma_3} F \cdot dP\right).$

E $\displaystyle\int_{\gamma_2} F \cdot dP = \frac{1}{2}\left(\int_{\gamma_3} F \cdot dP - \int_{\gamma_1} F \cdot dP\right).$

Quiz 5. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\left(6n^3 - n^4 \sin \frac{6}{n}\right)\left(1 - e^{1/n} - 3e^{-n}\right)}{n \log n - (n+1)\log^2(n+1)}$

A converge ad un numero reale $S < 0$.

B diverge positivamente.

C converge ad un numero reale $S > 0$.

D converge a 0.

E diverge negativamente.

Quiz 6. L'integrale di linea del campo vettoriale $F(x,y) = \left(14x + \dfrac{36\, e^x}{1 + (e^x + e^y - 1)^2}, \ 4 + \dfrac{36\, e^y}{1 + (e^x + e^y - 1)^2}\right)$ lungo la curva parametrica $\gamma : [0,5] \to \mathbb{R}^2$ definita da $\gamma(t) = \left(\sin\left[(t-5)\left(e^{1+t} - e\right)\right], \ t^9 - 5t^8 + \dfrac{t}{5} \log \sqrt{3}\right)$ vale

A $-2\log 3 - 3\pi$.

B $2\log 3 - 3\pi$.

C $2\log 3 + 3\pi$.

D $\log 3 - 3\pi$.

E $3\pi - 2\log 3$.

Quiz 7. Siano $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione e $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

A Se f non è differenziabile in (x_0, y_0), allora non esiste $\nabla f(x_0, y_0)$.

B Se f è differenziabile in (x_0, y_0) ed esistono $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ in ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, allora $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ sono continue in (x_0, y_0).

C Nessuna delle altre è corretta.

D Se non esiste $\nabla f(x_0, y_0)$, allora f non è continua in (x_0, y_0).

E Se f è differenziabile in (x_0, y_0), allora per ogni $v \in \mathbb{R}^2$ esiste $\dfrac{\partial f}{\partial v}$ in ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ ed è continua in (x_0, y_0).

Versione V4

Quiz 8. Sia $R > 0$. Il flusso uscente del campo vettoriale

$$F(x,y,z) = \left(\frac{6 - \left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\ x,\ \frac{6 - \left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\ y,\ \frac{6 - \left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\ z \right)$$

dal bordo di $\Omega = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2+y^2+z^2 \le R^2\right\}$ vale

$\boxed{A}$ $-2\pi R^3$.

$\boxed{B}$ $-4\pi R^3$.

$\boxed{C}$ 0.

$\boxed{D}$ $4\pi\left(3 - R^3\right)$.

$\boxed{E}$ $4\pi\left(6 - R^3\right)$.

Esercizio. (10 punti = 7 per lo svolgimento corretto e 3 per la forma)

Calcolare l'integrale di linea del campo vettoriale

$$F(x,y,z) = \left(\sqrt{7+x^6} - 15yz,\ \log\left(2+14y^8\right) + 5xz,\ e^{z^3+3z^4} - 5xy\right)$$

lungo il bordo della superficie

$$\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ z = 2 - \sqrt{x^2+y^2},\ 1 \le x^2+y^2 \le 9,\ 0 \le y \le x\right\}$$

orientato positivamente rispetto al versore normale a Σ che forma un angolo acuto con il versore fondamentale dell'asse z.

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO

Versione V4

SVOLGIMENTO DELL'ESERCIZIO