Sommario

1. Cenni alla Termomeccanica dei Continui
   - Dai sistemi discreti ai sistemi continui: equilibrio locale
   - Deviazioni dalle condizioni di equilibrio locale
   - Irreversibilità
   - Equazioni integrali di bilancio
2. Cenni alla Trasmissione del Calore
   - Convezione
   - Conduzione
   - Irraggiamento

In questa lezione...

Fenomenologia dello scambio termico radiativo (richiami sulle principali definizioni). Interazioni tra radiazione e materiali. Coefficienti di assorbimento, riflessione e trasmissione. Comportamento selettivo. Il corpo grigio. Leggi di Kirchhoff. Scambio termico tra corpi grigi.

Fenomeno dello scambio termico per irraggiamento

- Lo scambio termico per irraggiamento è la modalità di trasferimento del calore mediante onde elettromagnetiche
- Si realizza lo scambio termico radiativo quando una parte delle onde elettromagnetiche assorbite modifica l'energia interna del corpo assorbente
- La radiazione termica ha luogo principalmente tra le lunghezze d'onda λ comprese nell'intervallo $[10^2, 10^{-2}]\,\mu m$: entro questo campo vi è lo spettro del visibile che, compreso tra le lunghezze d'onda limiti $[0.4, 0.7]\,\mu m$, è l'intervallo a cui l'occhio umano è sensibile
- La frequenza delle onde elettromagnetiche f è legata alla lunghezza d'onda mediante la velocità di propagazione c secondo la nota relazione $f = c/\lambda$ (la velocità nel vuoto è pari a $c = 2.998 \times 10^8\, m/s$)

Fenomeno dello scambio termico per irraggiamento

Grandezze significative per la caratterizzazione quantitativa

- Caratterizzazione della superficie emettente (sorgente): si consideri una superficie infinitesima ∂A_s, avente normale n_s, emettente onde elettromagnetiche nello spettro che interessa lo scambio termico radiativo secondo l'angolo solido infinitesimo $\partial \omega_s$, nell'intorno della direzione individuata dal coseno direttore $\cos \beta_s$ $\rightarrow$ Si possono definire le seguenti grandezze
  - Intensità spettrale dell'emissione: $i_{\lambda\,\varphi} = \frac{\partial^3 \phi}{\partial A_s \partial \lambda \partial \omega_s \cos \beta_s}$
  - Intensità globale dell'emissione: $I_\varphi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial A_s \partial \lambda \partial \omega_s \cos \beta_s}$
  - Emissione spettrale: $e_\lambda = \frac{\partial^2 \phi}{\partial A_s \partial \lambda}$
  - Emissione globale: $E_r = \frac{\partial \phi}{\partial A_s}$

Fenomeno dello scambio termico per irraggiamento

Proprietà delle grandezze significative

- Il pedice φ indica il fattore geometrico di accoppiamento tra sorgente (S) e ricevente (R), identificato dal coseno direttore $\cos\beta_s$ e dall'angolo solido infinitesimo $\partial\omega_s$
  - $E_r = \int e_\lambda d\lambda$, ossia l'emissione globale è l'integrale dell'emissione spettrale ottenuto considerando tutte le possibili frequenze;
  - $E_r = \int I_\varphi \cos\beta_s d\omega_s$, ossia l'emissione globale è l'integrale dell'intensità globale ottenuto considerando tutti i possibili fattori geometrici;
  - $e_\lambda = \int i_{\lambda\,\varphi} \cos\beta_s d\omega_s$, ossia l'emissione spettrale è l'integrale dell'intensità spettrale ottenuto considerando tutti i possibili fattori geometrici;
  - $I_\varphi = \int i_{\lambda\,\varphi} d\lambda$, ossia l'intensità globale è l'integrale dell'intensità spettrale ottenuto considerando tutte le possibili frequenze.

Concetto di corpo nero

Definizione

- Si definisce corpo nero un corpo che assorbe indiscriminatamente tutta la radiazione elettromagnetica incidente, indipendentemente dalla frequenza
- L'espressione corpo nero fa riferimento in particolare allo spettro del visibile, che è solo un sottoinsieme molto limitato dell'intervallo di frequenze significativo ai fini dello scambio termico radiativo, dal momento che appaiono neri i corpi che assorbono tutta la radiazione visibile incidente
- Tuttavia non deve sorprendere che la neve oppure il vetro hanno un comportamento prossimo al corpo nero ideale ai fini dello scambio termico radiativo, per un opportuno intervallo di frequenze

Concetto di corpo nero

Accoppiamento tra corpi neri

- Si consideri lo scambio termico radiativo tra due corpi neri a temperature diverse, T_1 e T_2

$$\delta^2\phi_{1\to 2} = I_\varphi(T_1, \varphi_1)\cos\beta_1 dA_1 d\omega_1 \tag{137}$$

dove $I_\varphi(T_1, \varphi_1)$ è l'intensità globale del corpo nero, calcolata per la temperatura T_1 e per il fattore geometrico φ_1 con cui il primo corpo vede il secondo

- Tenendo conto che $d\omega_1 = dA_n/r^2$, dove dA_n è l'area infinitesima sulla superficie della sfera usata nella definizione di angolo solido e che quindi $d\omega_1 = (\cos\beta_2 dA_2)/r^2$, segue

$$\delta^2\phi_{1\to 2} = I_\varphi(T_1, \varphi_1)\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2 dA_1 dA_2}{r^2} \tag{138}$$

Concetto di corpo nero

Legge di Lambert

- Allo stesso modo risulta per $\delta^2\phi_{2\to1}$

$$\delta^2\phi_{2\to1} = I_\varphi(T_2,\varphi_2)\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2 dA_1 dA_2}{r^2} \tag{139}$$

- Nel caso in cui $T_1 = T_2 = T$ deve sussistere $\delta^2\phi_{1\to2} = \delta^2\phi_{2\to1}$ e quindi conseguentemente $I_\varphi(T,\varphi_1) = I_\varphi(T,\varphi_2)$, ossia l'intensità globale (ed analoga dimostrazione sussiste per quella spettrale) del corpo nero non dipende dal fattore geometrico φ (ossia dalla direzione e dall'angolo solido infinitesimo considerati)
- In virtù della definizione di corpo nero, non esistono fenomeni di riflessione multipla nello scambio termico radiativo tra due corpi neri affacciati

Concetto di corpo nero

Relazione di Plank

- Conseguentemente per il corpo nero $e^n_\lambda(T,\lambda) = \pi\, i^n_{\lambda\,\varphi}(T,\lambda)$ (semplificando opportunamente gli integrali geometrici)
- E' possibile dimostrare per via teorica (Plank, 1900, origine della Meccanica Quantistica)

$$e^n_\lambda(T,\lambda) = \frac{2\pi\, c^2\, \hbar}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{\hbar\, c}{\lambda\, k_B\, T}\right) - 1\right]} \tag{140}$$

dove c è la velocità delle onde elettromagnetiche nel vuoto, $k_B = R_0/N_A\,[J/K]$ è la costante di Boltzmann data dal rapporto tra la costante universale dei gas ed il numero di Avogadro, mentre $\hbar\,[Js]$ è la costante di Plank e consente di esprimere il generico quanto di energia associabile all'onda, ossia $\hbar\, c/\lambda = \hbar\, f$

Concetto di corpo nero

Correlazione di Wien e correlazione di Stefan

- L'emissione spettrale $e^n_\lambda(T,\lambda)$ ha un andamento a campana ed, in particolare, esiste un massimo di emissione in corrispondenza di una ben precisa lunghezza d'onda λ_M identificata dalla seguente relazione (dovuta a Wien, 1893)

$$\lambda_M\, T = b \tag{141}$$

dove $b = 2898\,[\mu m\, K]$

- Per quanto riguarda l'emissione globale del corpo nero sussiste la seguente relazione (dovuta a Stefan, 1879)

$$E^n_r(T) = \int e^n_\lambda(T,\lambda)\, d\lambda = \sigma\, T^4 \tag{142}$$

dove $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,[W\, m^{-2}\, K^{-4}]$

Concetto di corpo grigio

Emissività

- Dal momento che i corpi reali non sono tutti assimilabili al modello ideale di corpo nero, è necessario introdurre dei coefficienti sperimentali correttivi, emissività e coefficienti di assorbimento, in grado di tenere conto rispettivamente della emissione reale e dell'assorbimento reale
- Esistono molteplici emissività:
  - spettrale direzionale; $\epsilon_{\lambda\,\varphi} = \frac{i_{\lambda\,\varphi}}{i^n_{\lambda\,\varphi}}$, dove $i^n_{\lambda\,\varphi} = \frac{e^n_\lambda}{\pi}$
  - globale direzionale; $\epsilon_\varphi = \frac{I_\varphi}{I^n_\varphi}$, dove $I^n_\varphi = \frac{E^n_r}{\pi}$
  - spettrale; $\epsilon_\lambda = \frac{e_\lambda}{e^n_\lambda}$
  - globale; $\epsilon = \frac{E_r}{E^n_r}$

  dove tutte le grandezze con l'apice n indicano la potenza elettromagnetica che sarebbe emessa da un corpo nero alla medesima temperatura del generico corpo considerato

Concetto di corpo grigio

Coefficienti di assorbimento

- Esistono molteplici coefficienti di assorbimento:
  - spettrale direzionale; $a_{\lambda\,\varphi} = \frac{\delta^3 \phi^a_{\lambda\,\varphi}}{\delta^3 \phi_{\lambda\,\varphi}}$
  - globale direzionale; $a_\varphi = \frac{\delta^2 \phi^a_\varphi}{\delta^2 \phi_\varphi}$
  - spettrale; $a_\lambda = \frac{\delta^2 \phi^a_\lambda}{\delta^2 \phi_\lambda}$
  - globale; $a = \frac{\delta \phi^a}{\delta \phi}$

  dove tutte le grandezze con l'apice a indicano la quota parte di potenza elettromagnetica realmente assorbita dal generico corpo rispetto a quella incidente (che sarebbe interamente assorbita se il corpo fosse nero)
- Si definisce corpo grigio un corpo tale per cui $a_\lambda = a \leq 1$ per qualsiasi frequenza

Concetto di corpo grigio

Relazione tra emissività e coefficienti di assorbimento

- A differenza di quanto succede per i corpi reali, nel caso dei corpi grigi il coefficiente di assorbimento globale (direzionale o meno) non dipende dallo spettro della radiazione incidente considerata nella definizione
- Si consideri lo scambio termico radiativo tra una superficie dA supposta nera, schermata da un filtro che lasci passare solo la frequenza λ, e la cavità (alla medesima temperatura) che la contiene, anch'essa assimilabile ad un corpo nero
- La potenza incidente sulla superficie è $\delta^2\phi_C$, mentre quella emessa è $\delta^2\phi_N = e^n_\lambda \, dA \, d\lambda$: ovviamente le due devono eguagliarsi dal momento che il sistema complessivo è in equilibrio $\delta^2\phi_C = e^n_\lambda \, dA \, d\lambda$

Concetto di corpo grigio

Relazione tra emissività e coefficienti di assorbimento: teorema di Kirchhoff

- Nel caso in cui si sostituisca alla superficie originaria una superficie grigia con la medesima area, allora la potenza incidente sarà sempre $\delta^2\phi_C$, di cui quella assorbita $a_\lambda\delta^2\phi_C$, mentre quella emessa sarà $\delta^2\phi_G = \epsilon_\lambda e^n_\lambda \, dA \, d\lambda$
- Anche in questo caso, la condizioni di equilibrio consente di asserire che $a_\lambda\delta^2\phi_C = \epsilon_\lambda e^n_\lambda \, dA \, d\lambda$ e, tenendo presente il caso precedente, si ottiene

$$\epsilon_\lambda = a_\lambda \tag{143}$$

  che è il teorema di Kirchhoff (1861)
- Dal momento che il coefficiente di assorbimento è $a_\lambda \leq 1$, questo consente di dedurre anche un valore massimo per l'emissività spettrale $\epsilon_\lambda \leq 1$, ossia il fatto che il corpo nero ha la massima emissione

Concetto di corpo grigio

Accoppiamento tra corpi grigi

- Nel caso di scambio termico radiativo tra corpi grigi, esistono delle riflessioni multiple dovute alle parti di potenza elettromagnetica non assorbite dalle superfici reali $\rightarrow$ Occorre definire delle grandezze opportune in grado di tenere conto degli effetti complessivi
  - Radiosità (R): energia elettromagnetica complessivamente emessa da una superficie, somma di quella emessa direttamente e di quella riflessa
  - Irradiazione (I): energia elettromagnetica complessivamente ricevuta da una superficie
- Sussistono le seguenti relazioni

$$R = \epsilon\, E_r^n + (1 - a)\, I \tag{144}$$

$$I = (R - \epsilon\, E_r^n)/(1 - a) \tag{145}$$

Concetto di corpo grigio

Accoppiamento tra corpi grigi

- Si consideri lo scambio termico tra due corpi grigi $T_1 \geq T_2$
- Tenendo conto che nel caso di corpi grigi $a = \epsilon$ si ottiene

$$\phi = (R_1 - I_1)\, A_1 = \frac{\epsilon_1\, A_1}{1 - \epsilon_1}(E_1^n - R_1) \tag{146}$$

$$\phi = (I_2 - R_2)\, A_2 = \frac{\epsilon_2\, A_2}{1 - \epsilon_2}(R_2 - E_2^n) \tag{147}$$

- Considerando l'intensità $I_{R\varphi}$ della radiosità R ed integrando l'Eq.(138) si ottiene

$$\phi = \pi\, (I_{R\varphi}^1 - I_{R\varphi}^2)\, A_1\, F_{12} \tag{148}$$

$$F_{12} = \frac{1}{\pi\, A_1} \int\int \frac{\cos\beta_1 \cos\beta_2 dA_1 dA_2}{r^2} \tag{149}$$

Concetto di corpo grigio

Formula operativa

- Tenendo conto che, nel caso di corpi grigi $R = \pi\, I_{R\varphi}$, applicando la relazione di Stefan data dall'Eq.(142) e raccogliendo il flusso termico netto scambiato mediante onde elettromagnetiche ϕ si ottiene

$$\phi = \frac{\sigma\,(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{A_1\,\epsilon_1} + \frac{1}{A_1\,F_{12}} + \frac{1-\epsilon_2}{A_2\,\epsilon_2}} \tag{150}$$

- La precedente relazione può essere interpretata alla luce della analogia elettrica, ossia lo scambio termico tra corpi grigi è regolato da tre resistenze termiche: due sono legate alle emissività dei corpi grigi (scostamento dal corpo nero) ed una è dovuta al fattore di vista F_{12} tra le due superfici

Trasmissione del calore per irraggiamento

Conclusioni

- Si tratta del più peculiare meccanismo di scambio termico, dal momento che avviene per effetto delle onde elettromagnetiche e non ha quindi bisogno di un sostrato materiale, ossia può avvenire anche nel vuoto
- Si tratta di un meccanismo che diventa predominante nel caso delle alte temperature per effetto della legge di Stefan, ossia del fatto che il flusso termico associato dipende dalla differenza tra le quarte potenze della temperatura
- Essenziale è l'accoppiamento geometrico delle superfici, ossia il fattore di vista: tra l'altro questo aspetto complica la risoluzione dei modelli numerici