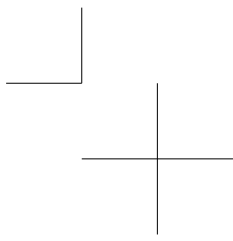
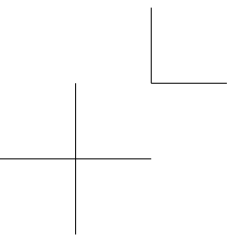


Alla cara memoria di mio padre Giuseppe



Introduzione

Sugli scopi. L'obiettivo minimo del presente testo è quello di fungere da supporto alle lezioni in aula di un primo corso di *Algebra Lineare e Geometria*. E' pensato, essenzialmente ma non solo, per gli studenti che frequentano o frequenteranno le lezioni del primo anno di ingegneria, specialmente, ma non solo, per quelli iscritti al Politecnico di Torino, in particolare, ma non solo, per quelli che seguono o seguiranno¹ i corsi dell'Autore, per i quali il libro è stato specialmente pensato e scritto.

Per dire la verità, più che di un libro, si tratta di una raccolta di appunti, certamente incompleta, di lezioni che l'Autore ha tenuto a partire dall'Anno Accademico 2004/2005 fino ad oggi. Un breve arco di tempo, certo, durante il quale però ci si è dovuti cimentare col problema non banale di conciliare, non solo al Politecnico e non solo a Torino, l'insegnamento di un programma impegnativo, che non ha mai subito sostanziali snellimenti, con una radicale riduzione delle ore di lezione in aula.

Il tentativo di misurarsi con questa sfida entusiasmante è stato, ad un tempo, spirito e motivo fondante della redazione di questi appunti, raccolti non tanto per colleghi matematici, che troppo facilmente troveranno difetti qua e là, ma, soprattutto, per quel bacino di utenza che ha seguito o seguirà le lezioni dell'Autore, del cui stile personale, forse discutibile epperò inevitabile, inevitabilmente il testo risente. Così come, inevitabilmente, nel giro di pochi anni, si renderanno necessari ulteriori miglioramenti, se non cambiamenti radicali, a mano a mano che la maggiore esperienza acquisita dipingerà quella attuale coi colori tenui dell'ingenuità.

Nel comporre questa raccolta, gli sforzi maggiori sono stati orientati, con quanto e quale successo sarà il lettore a deciderlo, nel tentativo di fabbricare un prodotto che potesse essere, ad un tempo, *utile, formativo e ricreativo*. *Utile*, muovendo dalla consapevolezza che il tipico studente di ingegneria, di norma non animato da velleità matematiche, non è necessariamente incline alla speculazione teorica ma ha tuttavia esigenza di arricchire di nuovi efficaci utensili la cassetta degli attrezzi cui dovrà spesso ricorrere nella sua futura vita professionale. Di qui la vera sfida del testo: convincere lo studente pagante² che la Geometria "serve" concretamente, un obiettivo certamente non incompatibile con la personale simpatia dell'Autore per il nobile sdegno

¹ O hanno già seguito...

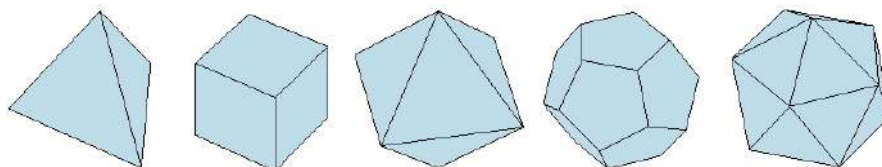
² Perché il libro lo avete comprato, vero?

euclideo³. Parimenti, il testo vorrebbe essere *formativo* ambendo, di fatto, non solo all'insegnamento di tecniche e strumenti, ma anche a svelare i segreti e i principi che ne reggono il funzionamento, proponendo modelli di vita fondati sull'abitudine a pensare e sullo stimolo dell'immaginazione, favorendo l'invenzione di quelle soluzioni novelle indispensabili per misurarsi con le sfide cangianti della Scienza Applicata.

Infine, ma non da ultimo, il testo tenterà di essere *ricreativo*. Non solo grazie alla bravissima *Darinka*, la cui matita ha commentato varie parti del testo senza rinunciare a quella punta di fine e ironico scetticismo antimatematico a cui tanti, incluso il sottoscritto, guardano ancora con innegabile simpatia, ma anche attraverso una presentazione della materia che rincorra la provocazione intellettuale, stanandone gli aspetti più intriganti spesso celati dietro i bastioni di un formalismo sobrio e austero eretti, tuttavia, non per occultare le verità ai semplici o ai sapienti, bensì a difesa degli assalti delle false credenze e dei tranelli dell'intuizione.

D'altra parte, mi verrebbe da chiedere ai miei ragazzi, quale sarebbe il gusto di studiare se non ci si divertisse? E, parola di gatto⁴, non c'è nulla di più divertente del gioco della Matematica⁵, purché si sappia nutrire con sapienza la pazienza necessaria per impararne le regole. Infine, anche se non ci fosse riuscito o lo fosse solo in parte, per trasmettere la gioia di far matematica, invitare a studiarla e viverla col piacere della ricerca costante della bellezza e dell'eleganza, liberi da ingiustificate ansie da prestazione, l'Autore sì, ce l'ha messa davvero tutta.

Non entri chi non conosce la Geometria non è un consiglio a rimanere fuori dall'Aula, dove invece ciascuno è invitato a sedere, ascoltare e partecipare, bensì l'iscrizione posta sull'Accademia di Platone⁶, che certifica l'influenza determinante della disciplina geometrica nel disegnare il profilo del pensiero filosofico fin dalle civiltà più antiche.



- I cinque solidi platonici:
tetraedro, cubo, ottaedro, dodecaedro, icosaedro -

Se si ardisse pensare alla Matematica come ad un grande albero, la Geometria ne sarebbe certamente radice e linfa vitale, in grado di raggiungere e nutrire financo i rami più lontani ed esili. La Geometria, così come è stata a noi tramandata non solo dagli

³ Proclo racconta che uno studente domandò a Euclide a cosa servisse la Geometria. Il grande Geomètra (cf. Dante, Inf. IV, 142) invece di rispondergli chiamò uno schiavo ordinandogli "Dà a quest'uomo alcune monete. Egli studia infatti per trarne profitto".

⁴ O di Gatto?

⁵ Scriveva Vincenz Erath, in un ormai introvabile *Das Blinde Spiel*, del 1954: "Dio è un fanciullo e quando cominciò a giocare diede vita alla Matematica: essa è infatti il gioco più divino che vi sia fra gli uomini".

⁶ Platone, filosofo Ateniese vissuto tra il 428 e il 347 avanti Cristo, autore di molti dialoghi pregni di suggestioni e influenze provenienti dalle conoscenze geometriche della sua epoca.

agrimensori sumeri (di circa cinquemila anni fa), o dagli ingegneri e architetti egiziani, che intuirono l'essenziale bellezza della piramide (non a caso il tetraedro è il primo dei *solidi platonici*, Cf. Timeo [19]), ma soprattutto dagli antichi greci della *Scuola Euclidea*, costituisce la prima manifestazione documentata e documentabile della comparsa del pensiero matematico nella storia dell'Umanità. Nata con la presunzione di fungere da strumento d'indagine delle proprietà delle figure dello spazio, si manifestò fin dai primissimi albori quale corpus di proposizioni la cui *verità fisica*, più che matematica, doveva essere certificata da dimostrazioni. Se il reale obiettivo delle proposizioni di Euclide⁷ non fosse stata la verità fisica, quel venerabile padre della Geometria non sarebbe mai stato turbato, come invece con certezza fu, dalla necessità di includere nel sistema assiomatico degli "Elementi" il Postulato V delle parallele, irriducibile al più umile ma anche più rassicurante ruolo di *verità di per sé evidente*.



- Euclide (un matematico con turbante) -

La visione della Geometria quale parte della fisica è qualcosa che permea persino il pensiero di vari matematici contemporanei: valga per tutti l'autorevole esempio dell'illustre Vladimir I. Arnold⁸, secondo il quale tutta la Matematica, e non solo la Geometria, è una branca della fisica, quella in cui gli esperimenti costano poco [3]. Una chiave di lettura, d'altronde, già ben presente nel pensiero del grande Galileo Galilei,⁹ le cui parole, già indelebilmente impresse nella memoria di ciascuno di noi, si citerebbero qui inutilmente se non per tributare un ennesimo riconoscimento alla sua statura scientifica:

“La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l’universo), ma non si può intendere se prima non s’impara

⁷ Euclide, greco. Il più grande matematico dell'antichità e, senz'ombra di dubbio, tra i più grandi dell'Umanità, visse tra il 323 a.C. e il 285 a.C. Con gli Elementi e le ricerche sul postulato delle parallele fu, in pratica, antesignano delle stesse geometrie cosiddette *non euclidee*. Si veda per esempio [2].

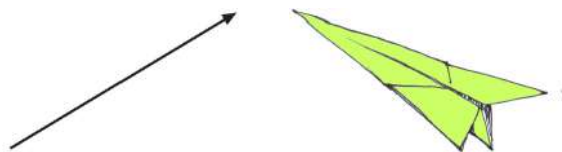
⁸ Vladimir Igorevic Arnol'd, Odessa 12 Giugno 1937 – Parigi 3 Giugno 2010. Grande matematico russo che ha offerto contributi fondamentali alla teoria dei sistemi dinamici.

⁹ Galileo Galilei, il padre del metodo sperimentale, matematico e astronomo. Galileo nasce a Pisa il 15 febbraio 1564 e si spegne ad Arcetri, l'8 gennaio del 1642, lo stesso anno in cui nacque Isaac Newton (1642–1727), al quale passò la staffetta della rivoluzione scientifica che cominciò a correre da solo.

a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto [11, pp. 631–632]."

Non però che or si voglia, noi stessi, Autore e Lettore, smarrire la bussola nel labirinto altrettanto oscuro di divagazioni storico-filosofiche a buon mercato, lungi dalla sana pratica della vita ingegneristica, pane al pane, vino al vino, e diciamocela in soldoni, purché si capisca, ché anche questa è, in fondo, filosofia. Difficile ignorare, però, che persino il celebre *teorema di Pitagora* si impone quale nobile esempio di legge fisica con applicazione ingegneristica. Il fatto che il lato più lungo, *l'ipotenusa*, di una recinzione con pianta a forma di triangolo rettangolo, abbia quadrato uguale alla somma dei quadrati dei due lati minori, i cosiddetti *cateti*, è certamente una disposizione della Natura, almeno nel senso genuinamente sperimentale galileiano, secondo il quale una legge fisica altro non è che una relazione tra misure. Viceversa, se si volesse costruire un palazzo, con pianta a forma di triangolo rettangolo, basterebbe utilizzare tre regoli rigidi, di lunghezze a, b, c , tali che $a^2 + b^2 = c^2$, e disporli sul terreno in modo da formare un triangolo avente per lati i tre regoli: l'angolo retto, quello tra il lato di lunghezza a e quello di lunghezza b , sarebbe garantito dal teorema di Pitagora, che si presta così ad una evidente applicazione architettonico-ingegneristica. Un po' fuori moda, forse? Forse. Intanto però c'è voluto l'avvento dei satelliti artificiali o dei dispositivi elettronici capaci di elaborare mappe del terreno. E ciò grazie anche alla Geometria. Il gatto si morde la coda. Nulla si crea e nulla si distrugge.

Studiare lo "Spazio Fisico". Comunque la si veda, la Geometria anela per suo lignaggio ad essere la via regia per l'ideazione e progettazione di modelli matematici dello *spazio fisico*. Di qui la scelta didattica di presentare la materia attraverso una raffigurazione quasi drammatica di un universo dinamico, che pullula di *punti* e *luoghi di punti* che possono essere "spostati" adoperando vettori applicati e "girati" per mezzo di rotazioni. Una storia in parte nota, già raccontata nei primi corsi di fisica, fin dagli anni della scuola secondaria, dove cruciale è la nozione di *vettore applicato*. Applicato a che cosa? Applicato ad un punto. E il punto cos'è? Cosa sono le sue coordinate? Cos'è un vettore o un sistema di riferimento?



Cosa si intende per vettore?

Il volersi muovere con tutta la libertà di chi conosce un territorio palmo a palmo senza il pericolo di smarrirsi, impone l'elaborazione di un modello astratto ma flessibile, economico ma potente, in grado di chiarire una volta per tutte, grazie anche alla sua sbalorditiva eleganza, quelle nozioni senza cui nessuna seria indagine dello spazio fisico sarebbe possibile. Le stesse regole che presiedono al funzionamento del modello saranno passibili, in ragione della propria flessibilità, non solo di essere utilizzate e riutilizzate, ma anche di essere re-inventate con fantasia e creatività, con tutta la si-

curezza necessaria a chi, nella ricerca di nuove applicazioni, non può permettersi di avventurarsi lungo sentieri sdruciolevoli.

La struttura. Dopo tante chiacchiere, molte certamente a vanvera, è forse opportuno offrire qualche cenno in più sulla struttura del testo. Si è cercato di redigerlo, innanzitutto, in una forma tale da consentire all'ipotetico lettore di ritagliarsi un itinerario personalizzato. Tale modo di scrivere va incontro a delle ovvie controindicazioni, come quella di non poter sempre presentare gli argomenti nella successione più economica ed elegante possibile, in accordo con i canoni ufficiali dell'esposizione matematica. E capita, così, che molte idee già introdotte nel testo vengano ripetute, con gradi differenti di dettaglio, in capitoli successivi, in omaggio alla migliore tradizione del "Ricordiamo che...". Oppure può capitare, e capita spesso, di anticipare, per mezzo di esempi, talune nozioni che verranno poi definite ufficialmente solo alcuni capitoli più in là, come se si volesse abituare il lettore alla materia cominciando a fargliela respirare un poco alla volta. Per fare un esempio, i primi elementi della teoria astratta degli spazi vettoriali compaiono nel Capitolo 7, ma si comincia a lavorare con essi, e con *matrici*, e con *determinanti*, già a partire dal Capitolo 3, quest'ultimo anticipato solo da un supplemento di chiacchiere introduttive (Capitolo 1), mirato a (ri)svegliare l'entusiasmo per la Geometria, e dal Capitolo 2, dedicato ad un veloce ripasso di prerequisiti.

Attraverso rapidi riassunti di quelli anteriori, si è anche cercato di rendere la lettura di ciascun capitolo il più indipendente possibile da quella dei precedenti (per non parlare dei successivi) per far somigliare il testo sempre più ad un albero al quale ciascuno possa brucare alla propria altezza.

Lo studente con minor dimestichezza, per esempio, potrebbe cominciare a leggere i capitoli che sono dedicati all'algebra lineare e alla geometria degli spazi di dimensione inferiore a 3 (la retta, il piano, lo spazio tridimensionale). Per una prima lettura ciò è sufficiente, sia per trasmettere la filosofia generale della materia, sia per le più immediate applicazioni (come imparare ad eseguire gli esercizi di geometria analitica in vista dell'esame di profitto). Inoltre, chi coltivasse l'intenzione di approfondire la materia, avrebbe la possibilità di leggere i capitoli più astratti e generali già disponendo di un utile bagaglio di esempi, intravedendo così la logica e il significato autentico delle definizioni. La Matematica non nasce mai astratta, ma sempre dallo studio di piccoli esempi concreti nei quali già batte il cuore della teoria all'atto del concepimento.

Al lettore più esigente e intraprendente, invece, è offerta la facoltà di affrontare il testo direttamente dal Capitolo 7, dove è esposta la teoria degli spazi vettoriali in generale, per poi muoversi, radialmente, leggendo un capitolo prima (se vuole) e un capitolo dopo. Lo studente più svogliato scoprirà che il Capitolo 4, dedicato all'elementare algebra lineare reale in dimensione minore o uguale a 3, è sufficiente per cimentarsi con lo studio della geometria analitica che "serve" per l'esame, sempreché sia egli stesso disposto a rinunciare all'*Esempio ricreativo 6.7.12*, che esibisce l'equazione di una retta dello spazio a quattro dimensioni passante per il centro di una sfera senza intersecarne la superficie. I primi capitoli dedicati agli spazi reali di dimensione bassa, d'altra parte, sono stati anteposti alla teoria generale anche per venire incontro ad eventuali esigenze dei docenti dei corsi paralleli di Fisica 1, i quali necessitano, già all'inizio delle lezioni, di prime nozioni di calcolo vettoriale pronte per l'uso.

La lettura dei Capitoli 8 e 9 dedicati a *matrici*, *applicazioni e sistemi lineari*, e seguen-

ti, sarà inevitabile per tutti i tipi di lettori, anche per quelli meno volenterosi. Essi trattano, tuttavia, tematiche dotate di una innegabile prospettiva verso le applicazioni.

I presenti appunti contengono molto più di ciò che è l'attuale programma del corso, almeno al momento della consegna del testo alle stampe ma, si sa, i programmi cambiano e gli scritti rimangono. Nel *flow chart* al termine dell'introduzione si suggeriscono dei possibili itinerari di lettura adatti a varie tipologie di studenti. E' bene ribadire, tuttavia, che questo testo è pensato più come supporto alle lezioni in Aula che non come sostitutivo delle stesse.

Sulle novità e sui difetti. La terza persona dell'Autore mi concede la parola in questo paragrafo nel quale, con sua licenza, mi esprimerò in prima persona. La materia esposta negli appunti è la medesima di quella trattata in ottimi testi di Algebra Lineare e Geometria. Per esempio: quelli adottati nei passati anni accademici. Niente di nuovo sotto il Cielo. L'algebra lineare non è cambiata e non cambierà. Quel che può cambiare è lo stile dell'esposizione. Può cambiare l'interpretazione, ma la musica è sempre la stessa e, certamente, non c'è uno stile migliore di un altro, ognuno ha il proprio e qui c'è il mio. La presentazione risente in particolare della mia passata esistenza di giovane studente (ora sono solo più uno studente) quando, cimentandomi con lo studio della materia, per la quale non ero predisposto più del normale, mi ingegnavo per trovare il mio personale modo di capire gli argomenti più ostici.

Creda il lettore, e lo affermo non senza una punta di comprensibile imbarazzo, che molte delle cose che spiego a lezione le ho (forse) finalmente imparate solo negli ultimissimi due lustri.



Tra queste, per esempio, il tentativo di automatizzare il più possibile le manipolazioni con le matrici che, almeno per un aspirante ingegnere sono un po' più interessanti delle applicazioni lineari astratte, identificandole a seconda della bisogna come righe di colonne o colonne di righe. Questo semplice accorgimento ha consentito di trattare in modo snello e flessibile quella parte di corso dedicata alle matrici per il cambiamento di base e quelle associate ad una applicazione lineare. Con il vantaggio di semplificare notevolmente molte dimostrazioni (ora illuminanti) in special modo quelle del capitolo dedicato agli autovalori e autovettori di una matrice quadrata, per il quale

vale, come sempre, il prezioso ausilio di [12]. L'esposizione, per il resto, si differenzia da molte altre, già in circolazione e già collaudate, solo per la scelta degli esempi o per il modo di re-introdurre nozioni, che in linea di principio dovrebbero essere già note al lettore-studente, le quali riflettono il gusto e la formazione dell'Autore. Si veda, per fare un esempio davvero di base, la nozione di *angolo, seno e coseno* di un angolo, *coordinate polari e sferiche* (Cf. Sezione 5.5).

Quanto ai difetti, occorrerebbe scrivere, questa volta sì, un vero libro, per elencarli tutti. Alcuni sono dovuti alla limitatezza intrinseca dell'Autore, altri al fatto che lo stesso ha riordinato gli appunti nei ritagli di tempo e il tempo, nonostante i sette anni trascorsi dalla prima idea del progetto, e le continue promesse e rinvii di consegnarne una realizzazione in forma definitiva, è stato poco. Per dirla tutta, il libro l'ho finito di scrivere ieri, oggi l'ho consegnato e non ho avuto neppure il tempo di rileggerlo né, tanto meno di farlo leggere a colleghi che mi avrebbero beneficiato di utilissimi commenti e suggerimenti. Sarà pieno di errori si stampa. Per questo, in una visione *dinamica* e non statica del presente lavoro, all'url

<http://calvino.polito.it/~gatto/public/LALG/lezioniALG.htm>,

la *Pagina Casa del libro*, il lettore troverà un *link* ad una *errata corrige* che verrà aggiornata mano a mano, col pervenire delle segnalazioni. Visitatelo spesso. Sulla stessa web page aggiungerò anche tutti quegli esempi o esercizi che sicuramente mi accorgerò (e i lettori si accorgeranno) mancare, quando io stesso avrò in mano gli appunti già licenziati dai tipi della CLUT in forma di libro.

Ringraziamenti. Questo testo è il risultato di sofferte meditazioni, possibilmente valse a nulla, sul come riuscire ad insegnare un programma incredibilmente vasto in un tempo incredibilmente angusto, senza nulla togliere alla chiarezza e al rigore e senza omettere surrettiziamente parti di programma.

All'uopo mi sono state di fondamentale aiuto le conversazioni che ho avuto con molti amici (per esempio *Paolo Cortese*) e collaboratori, che hanno generosamente condiviso con me la propria sensibilità ed esperienza.

In primis, desidero ringraziare i colleghi che mi hanno aiutato tenendo le esercitazioni, caricandosi della parte forse più importante e impegnativa del corso, che è quella di *insegnare a fare*. Li voglio elencare tutti, in ordine alfabetico: si tratta di *Marco Abrate, Valeria Andriano, Stefano Barbero, Felice Daví, Francesco Ganci, Claudia Gasperi, Vincenza Rosa Lucaselli, Francesca Messina, Antonio Nigro, Massimo Olivero, Cora Repetti, Taíse Santiago, Roberto Vai e Mattia Venditti*. Il loro lavoro e il loro garbato contatto con gli studenti è stato per me di fondamentale aiuto. Un grazie speciale lo devo all'amico e collaboratore *Jorge Cordovez*, il quale ha spesso sacrificato parte del proprio tempo prestandomi soccorso anche in epoca di esami.

Ringrazio, per l'amichevole collaborazione che mi ha aiutato a migliorare il dosaggio e l'ordine di esposizione degli argomenti del corso, i docenti dei corsi paralleli di Fisica, i professori *Felicie Iazzi, Guido Rizzi, Aurelia Stepanescu e Alfredo Strigazzi*.

Durante l'insegnamento ho continuato, per quanto possibile, a dedicarmi a varie attività più propriamente matematiche, ricerca, organizzazione e diffusione, in mezzo alle quali ho ritagliato gli scampoli di tempo necessari per completare questa raccolta di appunti. Tra quanti maggiormente mi hanno sostenuto in questa corsa ad ostacoli voglio ringraziare i dottori *Tommaso Colaps e Diego Parentela*, della *Gierre Servizi Tecnici* di Santena, nonché i loro bravissimi e disponibilissimi collaboratori *Fabio D'apice e*

Diego De Gaetano. Per le stesse ragioni, ringrazio l'amico *Fabio Favaro* e tutto lo staff della *Filters srl* di Scalenghe, in particolare *Licia* e *Valerio*.

Per il supporto ricevuto nell'organizzazione e nella diffusione di iniziative di natura matematica, anche riguardanti la promozione di questo testo, ringrazio tutti i soci di *JETOP*, la Junior Enterprise del Politecnico di Torino. In particolare, non solo il suo Presidente e mio ex studente, *Vittorio Fidotta*, ma anche *Maria Paula Niño Buitrago*, *Ilaria Di Lecce*, *Matteo Gallina*, *Giulio Ravizza*, *Emilio Vitaliano*.

Un grazie, ancora, a *Darinka*, già illustratrice dell'*Introduzione Amichevole alla Forma Canonica di Jordan* [12], soprattutto per aver reinterpretato sulla copertina momenti della mia vita in aula e a *Giuseppe Ghibó* e *Vito Melchionda* per il prezioso ausilio informatico.

Un contributo essenziale per la stesura degli appunti è stato anche fornito da molti miei (ex) studenti, i quali hanno letto con attenzione e simpatia varie versioni preliminari del libro, segnalandomi errori di vario tipo. Tra coloro che ricordo, e spero di non dimenticarne troppi, *Marco Carcioffo*, *Celeste Del Basso*, *Andrea Caso*, *Chiara Degenri*, *Joel Eric Djeuto*, *Kevin Dietrich Dongue Dongue*, *Matteo Di Luca*, *Giulia Dragone*, *Rocco Fuso*, *El Mehdi El Gargati*, *Giacomo Gatto*, *Matteo Granata*, *Roberto Guarino*, *Ilaria Guarracino*, *Elisa Guelpa*, *Marta Guzzafame*, *Chiara Jansiti*, *Anissa Kapxhiu*, *Elena Ladisa*, *Francesca Landi*, *Giulia Lisco*, *Guido Lorenzi*, *Alberto Maldarella*, *Erica Manfredi*, *Giulia Massaglia*, *Andrea Mazza*, *Stefano Meinardi*, *Cindy Menegaldo*, *Paride Mesaglio Chittaro*, *Stefano Montesano*, *Leticia Monthe Nzuguem*, *Mandanà Moshiri*, *Nicola Paldo*, *Michele Perrotti*, *Michela Perrini*, *Daiana Piazza*, *Enrico Poncini*. . . e molti altri ancora i cui visi sono ben custoditi nella mia memoria che, però, ne ha lasciato evadere i nomi.

Desidero ringraziare anche, e qui non c'è spazio per elencarli tutti, gli studenti che, lungo l'avvicinarsi degli anni accademici, mi hanno incoraggiato e incitato a scrivere un libro del corso, tra i quali certamente *William De Coi*, *Abdelgani Errfig*, *Luca Di Maggio*, *Federica Gamba*, *Sergio Lo Bue* e molti altri e mi scuso con chi, deluso, troverà questo prodotto inferiore alle proprie aspettative.

Doveroso, inoltre, oltreché un piacere, ringraziare *Donatella Toscano* e *Franco Marino* della CLUT, che hanno pazientemente atteso, negli ultimi tre-quattro anni, la consegna di una versione finale del manoscritto, ripetutamente promessa e ripetutamente rinviata, in cambio dell'assunzione di ulteriori nuovi impegni quasi mai onorati.

Ringrazio infine mia moglie *Sheila* e i miei figli *Giuseppe* e *Giuliano* che non solo si sono lasciati trascurare senza lamentarsi troppo ma, anzi, hanno saputo amplificare quel rumoroso ambiente di allegria che mi ha aiutato a sopportare la fatica, ancorché senza diminuirla.

Questo lavoro è dedicato alla cara memoria di mio padre Giuseppe, dal cui esempio ho imparato la dedizione al lavoro e alla famiglia nonché l'affettuosa simpatia per i miei simili.

Torino, 16 Febbraio 2012

