

Indice

Prefazione	3
1 Tutto il corso, o quasi, in un capitolo	17
1.1 I modelli dello spazio	17
1.2 Lo spazio affine	19
1.3 Una parentesi sulle strutture algebriche	20
1.4 Gli spazi vettoriali: perché?	22
1.5 Spazi vettoriali e vettori	23
1.6 La dimensione di uno spazio vettoriale	25
1.7 Topologia e Calcolo Differenziale	28
1.8 Il programma	29
2 Imparare giocando: preliminari e prerequisiti	33
2.1 Insiemi	33
2.2 Insiemi da insiemi	35
2.3 Chi sa cos'è una funzione?	38
2.4 Se non lo sapete, ve lo dico io.	38
2.5 Relazioni su un insieme.	42
2.6 L'anello degli interi.	42
2.7 Campi	43
3 Spazi di colonne di numeri reali	47
3.1 Anteprima	47
3.2 Lo spazio vettoriale \mathbb{R}^n	48
3.3 La base canonica di \mathbb{R}^n	50
3.4 Spazi di combinazioni lineari. Direzioni	51
3.5 Il prodotto scalare	52
3.6 Il modulo di un vettore	54
4 Lo spazio vettoriale euclideo tridimensionale	65
4.1 Ricordiamo che...	65

4.2	Determinanti di coppie di vettori	66
4.3	Sistemi lineari di due equazioni in due incognite.	69
4.4	Collinearità e complanarità in \mathbb{R}^3	70
4.5	Determinanti di terne di vettori	73
4.6	La regola di Cramer per i sistemi 3×3	76
4.7	Il prodotto vettore	78
5	Il modello dello spazio fisico (euclideo)	85
5.1	Lo spazio affine n -dimensionale.	86
5.2	Distanze	88
5.3	Segmenti e triangoli.	89
5.4	Riferimenti Affini	91
5.5	Un cenno sulle coordinate polari e sferiche.	92
6	Elementi di Geometria Analitica	95
6.1	Rette e piani Affini in \mathcal{E}^n	95
6.2	Palle aperte, chiuse, e sfere dello spazio affine	96
6.3	Equazioni parametriche e cartesiane della retta e del piano affine	97
6.4	Spazi affini reali di dimensione 1, 2, 3.	100
6.5	Piani e rette nello spazio affine tridimensionale	103
6.6	Distanze.	111
6.7	Sfere e Circonferenze	115
7	Spazi Vettoriali (di funzioni)	123
7.1	Introduzione	123
7.2	Spazi vettoriali di Campi Scalari	124
7.3	Esempi di Spazi Vettoriali	129
7.4	Sottospazi Vettoriali.	130
7.5	(Sotto)spazi vettoriali finitamente generati	133
7.6	Basi e dimensione	140
7.7	“Operazioni” con i sottospazi	145
8	Matrici	153
8.1	Informalmente	153
8.2	Prime definizioni formali	155
8.3	Trasposta di una matrice	161
8.4	Spazi Vettoriali di matrici	163
8.5	Trasposizione e coniugio	164
8.6	Prodotto di matrici	166
8.7	Bilinearità e associatività del prodotto di matrici	171
8.8	Matrici Quadrate.	175
8.9	Il gruppo lineare delle matrici invertibili	177
8.10	Matrici Simmetriche e antisimmetriche	180
8.11	Matrici Hermitiane	181
8.12	Rango, matrici ridotte e riduzione	182
8.13	Matrici elementari e riduzione	188
8.14	Cenni sull’inversa di una matrice quadrata.	192

9 Applicazioni Lineari	197
9.1 Applicazioni Lineari	197
9.2 Applicazioni Lineari tra spazi di colonne	199
9.3 Lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari	201
9.4 Nucleo e immagine di un omomorfismo	204
9.5 Matrici associate a cambiamenti di base	209
9.6 Matrici associate ad applicazioni lineari.	211
9.7 Matrici associate ad endomorfismi.	219
9.8 Sistemi lineari.	219
10 Determinanti	225
10.1 Permutazioni	225
10.2 Funzioni alternanti e forme multilineari	228
10.3 Forme Multilineari e Alternanti. Determinante.	230
10.4 Determinante di una Matrice Quadrata	235
10.5 Regola di Laplace per il calcolo dei determinanti	238
10.6 La matrice aggiunta e l' inversa di una matrice quadrata	241
10.7 Sistemi di Cramer	244
11 Autovalori e Autovettori	247
11.1 Ricordiamo che...	247
11.2 Matrici Simili e diagonalizzabili	248
11.3 Autovalori e Autovettori di un endomorfismo	252
11.4 Determinazione di autovalori e autovettori	253
11.5 Endomorfismi semplici e matrici diagonalizzabili	256
12 Matrici Simmetriche e Ortogonali	261
12.1 Matrici ortogonali reali	261
12.2 Matrici hermitiane	265
12.3 Matrici simmetriche e endomorfismi autoaggiunti	269
12.4 Matrici Simmetriche Reali e Congruenza	272
12.5 Forme bilineari	277
12.6 Forme quadratiche reali e loro classificazione	281
13 Elementi di Topologia degli spazi metrici	283
13.1 Spazi euclidei, unitari e normati	283
13.2 Spazi metrici	285
13.3 Topologia delle palle aperte	286
13.4 Insiemi chiusi	289
13.5 Proprietà di separazione	292
13.6 Limiti e Continuità	294
13.7 Continuità di campi scalari e vettoriali	296
13.8 Riconoscere funzioni continue notevoli.	299
14 Elementi di calcolo differenziale in più variabili	301
14.1 Preliminari	301
14.2 Differenziabilità di campi scalari	303
14.3 Alcune proprietà delle funzioni differenziabili.	310

14.4	Differenziale di campi vettoriali.	311
14.5	Gradiente, campi conservativi	315
14.6	Formula di Taylor per le funzioni reali di più variabili reali	317
14.7	Massimi, Minimi, Selle	319
14.8	Il caso delle funzioni di due variabili.	321
15	Elementi di Geometria Differenziale	325
15.1	Curve parametrizzate	325
15.2	Integrale di linea e curvilineo	332
15.3	Superficie differenziabili regolari	334
15.4	Ipersuperficie di livello e gradiente.	337
16	Complementi vari di Geometria	339
16.1	Cambiamenti di riferimenti affini	339
16.2	Rototraslazioni nel piano	343
16.3	Rotazioni e traslazioni in \mathcal{E}^3	344
16.4	Una divagazione culturale: le trasformazioni di Lorentz	345
16.5	Luoghi di zeri di polinomi.	347
16.6	Superficie di rotazione nello spazio tridimensionale	351
17	Cenni sulle coniche	355
17.1	Un'introduzione generale	355
17.2	Definizione metrica delle coniche.	356
17.3	Prime definizioni	357
17.4	Classificazione delle Coniche.	360
17.5	Coniche in forma canonica	362
18	Cenni sulle Quadriche	371
18.1	Generalità	371
18.2	Classificazione delle quadriche.	376
18.3	Quadriche in forma canonica	378
18.4	Come mettere una quadrica in forma canonica?	379
18.5	Forma canonica delle quadriche non degeneri.	381
18.6	Quadriche di rotazione	384
	Bibliografia	385
	Indice analitico	387