MINICURSO

A classificação das cúbicas planas complexas

Marco Pacini (UFF)

Seja d um inteiro positivo. É bem conhecido que, se $d = 1$ ou $d = 2$, então todas as curvas complexas lisas de grau d no plano projetivo complexo são projetivamente isomorfas. Para cúbicas planas, isto é, para curvas planas de grau $d = 3$, a propriedade deixa de ser satisfeita, ou seja: existem cúbicas planas lisas que não são projetivamente isomorfas. Neste minicurso consideraremos o problema de como classificar as cúbicas planas complexas a menos de isomorfismo projetivo. O nosso objetivo é definir um invariante para cada cúbica plana lisa, conhecido como invariante j, e mostrar o seguinte resultado:

"Duas cúbicas planas complexas lisas são projetivamente isomorfas se, e somente se, elas possuem o mesmo invariante j".

Neste minicurso, voltado principalmente para alunos de mestrado e doutorado, queremos abordar os seguintes tópicos:

(1) Espaços projetivos;
(2) Isomorfismos projetivos;
(3) Produto cruzado;
(4) Curvas algébricas planas;
(5) Pontos de inflexão e Hessiana de uma curva plana;
(6) Resultantes e discriminantes;
(7) A classificação das cúbicas planas lisas a menos de isomorfismo projetivo.

PLENÁRIAS

Sobre a topologia de Zariski do grupo de aplicações birracionais

Ivan Pan (Fac. de Ciencias, Montevideo)

Seja k um corpo algebricamente fechado de característica zero. Uma família algébrica de aplicações birracionais do espaço projetivo $\mathbb{P}^n$ é uma função $\varphi\colon T \to \mathrm{Bir}(\mathbb{P}^n)$, onde T é uma variedade afim e $\mathrm{Bir}(\mathbb{P}^n)$ é o grupo de aplicações birracionais de $\mathbb{P}^n$ (o chamado grupo de Cremona de $\mathbb{P}^n$), definida por

$$\varphi(t, \mathbf{x}) = (f_0(t, \mathbf{x}) : \cdots : f_n(t, \mathbf{x})),$$

para polinômios $f_0, \ldots, f_n \in k[T] \otimes k[x_0, \ldots, x_n]$, homogêneos em $\mathbf{x} = \{x_0, \ldots, x_n\}$, todos do mesmo grau. A *Topologia de Zariski* de $\mathrm{Bir}(\mathbb{P}^n)$ é a topologia com respeito a qual toda família algébrica é uma função contínua.

Nesta palestra descrevemos algumas propriedades gerais sobre essa topologia e provamos que a função $\deg\colon \mathrm{Bir}(\mathbb{P}^n) \to \mathbb{Z}_{>0}$, que a uma aplicação birracional $f \in \mathrm{Bir}(\mathbb{P}^n)$ associa o grau $\deg(f)$ dos polinômios homogêneos que a definem, é semi-contínua inferiormente. Apresentamos também várias aplicações desse resultado.

Uma abordagem algébrica para EDO's e Wronskianos infinitos

Letterio Gatto (Politecnico di Torino)

Baseando-me sobre trabalho anterior com Inna Scherbak (Tel Aviv), relatarei sobre trabalho em andamento com Parham Salehyan e Roberto Carlos Alvarenga.

Equações diferenciais ordinárias com coeficientes constantes admitem uma base canônica de soluções que pode ser construída inteiramente de forma algébrica. Esta abordagem leva naturalmente a considerar EDO's lineares de ordem infinita e Wronskianos infinitos, os quais estão relacionados com a famosa correspondência de Bose-Fermi na teoria da representação da álgebra de Heisenberg.

PALESTRAS

Contando pontos em curvas de Artin-Schreier

Beatriz Ribeiro (UFJF)

A contagem de pontos em curvas algébricas sobre corpos finitos tem diversas aplicações em teoria de códigos e geometria finita, por exemplo. Durante o estudo de certos objetos da geometria finita, encontramos uma família de curvas do tipo $y^q - y = f(x)$ (ditas Artin-Schreier) cujos pontos ainda estavam por ser contados. Diversos autores já estudaram curvas desse tipo e, seguindo a abordagem de um deles, foi possível contar os pontos de tal família. Em particular, tentamos estudar os casos em que tais curvas são maximais, isto é, atingem a conhecida cota de Hasse-Weil.

Uniracionalidade de certas superfícies de del Pezzo de grau dois

Cecília Salgado (UFRJ)

Uma consequência do Teorema de Segre-Manin é que uma superfície de del Pezzo de grau dois é uniracional sobre o corpo de base desde que possua um ponto geral definido sobre o corpo em questão. Neste trabalho em colaboração com D. Testa e A. Várilly-Alvarado, buscamos remover a hipótese de genericidade do ponto. Vou discutir nosso progresso até o momento destacando como certas configurações de curvas têm implicações diretas na existência de pontos racionais.

Derivações, folheações holomorfas e um computador

Cecília Saraiva (UFRJ)

Há bastante tempo, folheações holomorfas sem solução algébrica no plano projetivo têm sido objeto de atenção e pesquisa. Folheações estas associadas a derivações de um anel polinomial, especificamente $\mathbb{C}[x, y]$, que têm seu papel de destaque em outras áreas, como Álgebra Comutativa e Álgebra não-Comutativa. Desde a proposição do *Problema de Poincaré*, que questionava a possibilidade de limitação para o grau de soluções algébricas que dependessem somente de características específicas da folheação dada, passando por uma conjectura envolvendo Álgebras de Weyl, respondida nos anos 80, tal conexão vem passando por diversas mudanças de linguagem e abordagem. Dentro deste contexto, ferramentas computacionais, como o software de computação algébrica `Singular`, têm sido de considerável ajuda na produção de tais famílias de folheações/derivações. Apresentamos, brevemente, mais alguns olhares a respeito deste assunto, especialmente o papel do `Singular` no estudo de um caso de grau 3, realizado em trabalho de tese de doutorado sob a orientação de S.C. Coutinho (UFRJ).

O Cone de Curvas Móveis de uma Variedade Tórica

Douglas Monsôres (UFRRJ)

O estudo de cones de ciclos tem uma grande importância para a Geometria Algébrica. Por exemplo, o *critério de amplitude de Kleiman* diz que um divisor de Cartier em uma variedade projetiva X é *amplo*, se e somente se, a classe numérica desse divisor pertence ao interior do cone de divisores numericamente efetivos.

Nos últimos anos um outro cone de ciclos tem sido sistematicamente estudado, o chamado *Cone de Curvas Móveis*. Trata-se do fecho do cone gerado pelas classes numéricas de curvas que se movem em uma família que "varre" toda a variedade X. Em 2010, Araujo provou que, sob certas hipóteses, esse cone é poliedral e os seus raios extremais codificam certas informações acerca da geometria birracional de X.

Nessa palestra, nós descreveremos os raios extremais do cone de curvas móveis quando X é uma variedade tórica. Tal descrição será dada em função da combinatória do leque associado a essa variedade.

Curvas involutivas

Éden Amorim (UFOP)

A partir da distribuição simplética, uma distribuição de hiperplanos num espaço projetivo de dimensão ímpar, procuramos pelas curvas racionais invariantes a ela, ou seja, que são tangentes à distribuição a cada ponto. Essas são as curvas involutivas. Através dos mapas estáveis de Kontsevich e fazendo uso da fórmula de localização para stacks, obtemos um espaço de parâmetros para tais curvas e calculamos alguns de seus invariantes.

Álgebras de divisão exóticas sobre corpos de funções de curvas p-ádicas

Eduardo Tengan (USP)

Seja K o corpo de funções de uma curva sobre $\mathbb{Q}_p$ (o corpo dos números p-ádicos). Nesta palestra, apresentarei alguns dos resultados sobre a estrutura de álgebras de divisão sobre K em trabalho recente com os professores Eric Brussel (Emory University) e Kelly McKinnie (University of Montana). Em particular, mostraremos que o grupo de Brauer de K é gerado por álgebras cíclicas, bem como a existência de duas classes de álgebras de divisão exóticas sobre K: álgebras indecomponíveis e produtos não-cruzados.

A variedade de sistemas canônicos limites para curvas nodais com três componentes irredutíveis

Fábio Xavier Penna (UniRio)

Nesta apresentação, construiremos uma variedade que parametriza os sistemas canônicos limites, e portanto, os divisores de Weierstrass limites em uma curva nodal com três componentes irredutíveis. Consideramos o caso no qual as componentes da curva limite se

intersectam em pontos em posição geral e a degeneração ocorre ao longo de uma direção geral. Assumimos ainda que cada componente irredutível da curva intersecta todas as outras componentes. Na demonstração que apresentaremos é necessário que as componentes irredutíveis da curva sejam "desbalanceadas", um conceito que definiremos durante a apresentação.

$\mathbb{F}_1$-geometry: connections and applications

Oliver Lorscheid (IMPA)

The original motivation to consider a geometry over the field $\mathbb{F}_1$ with one element is based on a remark by Jacques Tits in a paper from 1956: it seemed that analogies between geometry over finite fields and combinatorial geometry could find an explanation in such a theory. In the early nineties, Manin, Smirnov, et al., connected this viewpoint to arithmetic problems like the abc-conjecture and the Riemann hypothesis. From then on, the field with one element attracted more and more attention.

In the last decade, there appeared more than a dozen different definitions of a geometry over $\mathbb{F}_1$. Though a solution of the mentioned arithmetic problems is out of sight yet, it became clear that $\mathbb{F}_1$-geometry connects to many other fields of mathematics and that it is the natural formulation to understand problems with a combinatorial flavour in an algebro-geometric language. This touches stable homotopy of spheres; tropical geometry and log-schemes; non-archimedean analytic spaces and Arakelov theory; reductive groups and buildings; canonical bases and cluster algebras; moduli of quiver representations and quiver Grassmannians.

In this talk, I will explain some of the ideas of $\mathbb{F}_1$-geometry and review its achievements so far.

Componentes do tipo pull–back no espaço das folheações holomorfas de codimensão um

Wanderson Costa e Silva (IMPA)

Seja $\mathrm{Fol}(k;n)$ o espaço das folheações holomorfas de codimensão um e grau k em $\mathbb{P}^n$. É sabido que se fixarmos o grau das folheações consideradas, quando $n \geq 3$ o espaço $\mathrm{Fol}(k;n)$ tem várias componentes irredutíveis. Nesta palestra discutiremos a existência de algumas componentes do tipo pull-back para certos valores de k.

Quando: 27 e 28 de setembro de 2012

Onde: Instituto de Matemática da UFF, sala de seminários da pós-graduação, 7o. andar