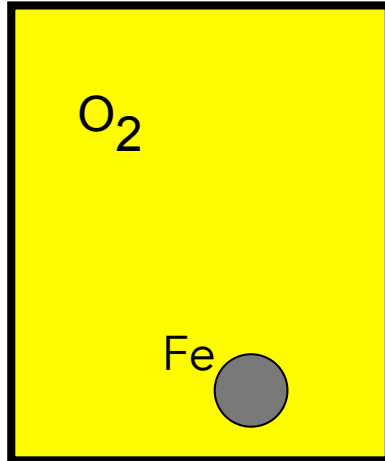


Esercizio

Un sottile disco di ferro della massa di 200gr viene prelevato da una cella frigorifera a -20°C e viene introdotto in un recipiente adiabatico contenente 2 moli di ossigeno alla temperatura di 30°C . Sapendo che il calore specifico del ferro è $c_{\text{Fe}} = 0.112 \text{ cal gr}^{-1}\text{K}^{-1}$, e che il volume del disco è trascurabile rispetto al recipiente, calcolare la temperatura finale T_f di equilibrio termico del sistema ossigeno+disco.



SOLUZIONE**Dati iniziali:**

Riscrivo i dati iniziali in unità del Sistema Internazionale:

$$T_{i,Fe} = (273.15 - 20) \text{ K} = 253.15 \text{ K};$$

$$m_{Fe} = 0.2 \text{ kg};$$

$$c_{Fe} = 0.112 \text{ cal gr}^{-1}\text{K}^{-1} = \frac{0.112 \cdot 4.186 \text{ J}}{10^{-3} \text{ kg K}} = 469 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

$$T_{i,O_2} = (273.15 + 30) \text{ K} = 303.15 \text{ K};$$

$$n = 2 \text{ mol};$$

$$c_V = \frac{5}{2}R \text{ (ossigeno } O_2 \text{ gas biatomico)}$$

Siccome il contenitore è adiabatico, non c'è calore netto che entra o esce attraverso il contenitore. Pertanto il disco freddo assorbe calore dall'ossigeno più caldo e tutto il calore ceduto dall'ossigeno è assorbito dal disco di ferro senza alcuna perdita di calore dal recipiente

$$Q_{tot} = Q_{O_2} + Q_{Fe} = 0 \quad (1)$$

Dato che il volume del recipiente non cambia, il raffreddamento dell'ossigeno avviene a volume costante e dunque il calore scambiato dall'ossigeno vale

$$\begin{aligned} Q_{O_2} &= n c_V \Delta T_{O_2} \\ &= n \frac{5}{2} R (T_f - T_{i,O_2}) \end{aligned} \quad (2)$$

Il calore scambiato dal disco di ferro vale

$$\begin{aligned} Q_{Fe} &= m c_{Fe} \Delta T_{Fe} \\ &= m c_{Fe} (T_f - T_{i,Fe}) \end{aligned} \quad (3)$$

OSSERVAZIONE: Siccome la temperatura iniziale del gas è maggiore di quella del disco, possiamo già intuire che è il gas a cedere calore al disco ($Q_{O_2} < 0$) ed il disco ad assorbire calore dal gas ($Q_{Fe} > 0$). **Devo dunque preoccuparmi di aggiustare i segni negativo e positivo nelle equazioni (2) e (3) ?**

NO! I segni risulteranno automaticamente corretti una volta calcolata la temperatura finale di equilibrio T_f . Infatti, se (come ci attendiamo) la temperatura finale sarà intermedia tra le temperature iniziali dell'ossigeno e del disco, l'ossigeno avrà abbassato la sua temperatura, $T_f < T_{i,O_2}$, e dunque il calore nella (2) risulterà negativo (=ceduto), mentre il disco avrà innalzato la sua temperatura, $T_f > T_{i,Fe}$, e dunque il calore nella (3) risulterà positivo (=assorbito).

Inserendo le Eq.(2) e (3) nell'Eq.(1) si ottiene

$$\begin{aligned} n \frac{5}{2} R (T_f - T_{i,O_2}) + m c_{Fe} (T_f - T_{i,Fe}) &= 0 \\ \Downarrow \\ \left(n \frac{5}{2} R + m c_{Fe} \right) T_f &= n \frac{5}{2} R T_{i,O_2} + m c_{Fe} T_{i,Fe} \end{aligned} \quad (4)$$

ossia

$$T_f = \frac{\underbrace{n \frac{5}{2} R}_{\text{coefficiente}} T_{i,O_2} + \underbrace{m c_{Fe}}_{\text{coefficiente}} T_{i,Fe}}{\underbrace{n \frac{5}{2} R}_{\text{coefficiente}} + \underbrace{m c_{Fe}}_{\text{coefficiente}}} \quad (5)$$

Sostituendo i valori nel risultato (5) si ottiene

$$\begin{aligned}
 T_f &= \frac{2 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} 303.15 \text{ K} + 0.2 \text{ kg} \cdot \frac{469 \text{ J}}{\text{kg K}} 253.15 \text{ K}}{2 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} + 0.2 \text{ kg} \cdot \frac{469 \text{ J}}{\text{kg K}}} = \\
 &= \frac{12601.9 \text{ J} + 23745.5 \text{ J}}{41.57 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 93.80 \frac{\text{J}}{\text{K}}} = \\
 &= 268.5 \text{ K}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Osservazione:

L'espressione (5) mette in luce come la temperatura di equilibrio finale sia una media tra le temperature iniziali T_{i,O_2} e $T_{i,\text{FeO}}$ dei due corpi, pesata dalle capacità termiche $C_{\text{O}_2|V} = n c_V = n \frac{5}{2} R$ e $C_{\text{Fe}} = m c_{\text{Fe}}$ dei due corpi (un po' come la coordinata del centro di massa di due corpi è la media delle loro coordinate pesata dalle rispettive masse).