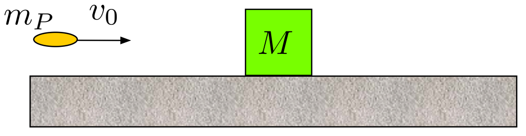
Esercizio

Un proiettile di massa $m_P = 1\,g$, sparato con una velocità iniziale $v_0 = 100$m/s, urta un blocco di plastica di massa $M = 50\,$g posto su un piano orizzontale scabro. Dopo l'urto il proiettile si conficca nel blocco di plastica che inizia a muoversi, spostandosi di un tratto $d = 60\,$cm prima di fermarsi. Calcolare quanto vale il coefficiente di attrito dinamico μ_D tra blocco e piano.



SOLUZIONE

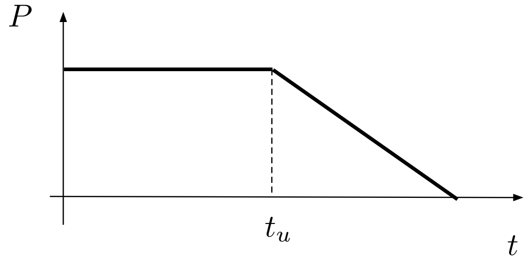
Dati noti:
$M = 0.50\,\mathrm{kg}$
$m_p = 0.001\,\mathrm{kg}$
$v_0 = 100\,\mathrm{m/s}$
$d = 0.6\,\mathrm{m}$

- **Il sistema proiettile+blocco è un sistema isolato?**

  Abbiamo

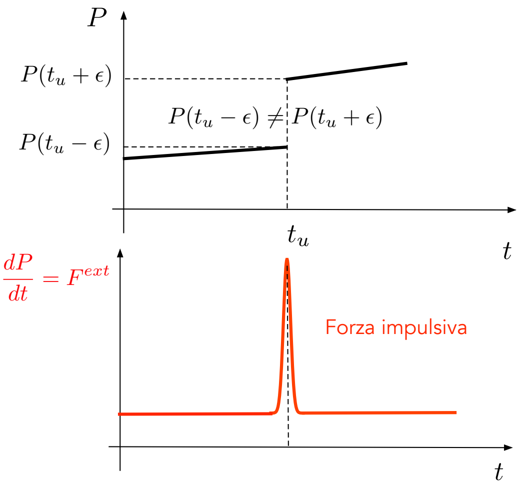
  - prima dell'urto non c'è attrito $\rightarrow$ è isolato $\rightarrow \frac{dP}{dt} = 0$
  - dopo l'urto c'è attrito dinamico $\rightarrow$ non è isolato $\rightarrow \frac{dP}{dt} = F^{ext} = -\mu_D(M + m_P)g < 0$

  Siccome agisce, almeno dopo l'urto, una forza esterna (=attrito), il sistema proiettile+blocco NON è isolato e la quantità di moto NON si conserva nel tempo, ossia NON rimane costante nel tempo, come si vede in figura

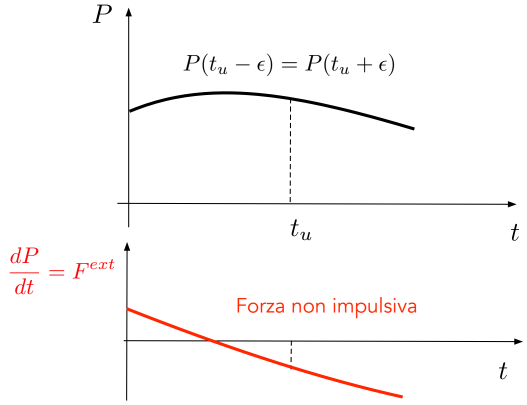


- **Le forze esterne che agiscono sul sistema sono impulsive ?**

  - una forza impulsiva è una forza molto intensa che agisce per un intervallo di tempo molto piccolo $\rightarrow P(t)$ presenta un salto all'istante dell'urto $P(t_u - \epsilon) \neq P(t_u + \epsilon)$, come indicato in figura



  - forza non-impulsiva $\rightarrow P(t)$ magari varia, ma con continuità (senza salti). E' una funzione continua all'istante dell'urto $P(t_u - \epsilon) = P(t_u + \epsilon)$, come indicato in figura



Nel nostro caso la forza esterna è l'attrito dinamico, che NON è una forza impulsiva. Pertanto, anche se la quantità di moto totale non rimane costante nel tempo, P *si conserva attraverso l'urto*, ossia è una funzione continua all'istante dell'urto

$$\begin{aligned} \underbrace{P(t_u-\epsilon)}_{\substack{\text{immediatamente} \\ \text{prima dell'urto}}} &= \underbrace{P(t_u+\epsilon)}_{\substack{\text{immediatamente} \\ \text{dopo l'urto}}} \\ &\Downarrow \\ m_P v_0 + 0 &= (M+m_p)v' \\ &\Downarrow \\ v' &= \frac{m_P}{M+m_p} v_0 \end{aligned} \tag{1}$$

Sostituendo i valori abbiamo

$$v' = \frac{0.001\,\cancel{\text{kg}}}{(0.05+0.001)\,\cancel{\text{kg}}} 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1.96 \frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{2}$$

- Dopo l'urto (completamente anelastico) c'è un'unica massa $M + m_P$ che si muove sotto l'azione della forza di attrito dinamico (non conservativa). Applicando il teorema di variazione dell'energia meccanica

$$\begin{aligned} \Delta E_m &= W_{non-cons} \\ &\Downarrow \\ 0 - \frac{1}{2}(M+m_P)v'^2 &= \int \vec{F}_{\text{att}} \cdot d\vec{s} = \vec{F}_{\text{att}} \cdot \underbrace{\int d\vec{s}}_{\Delta\vec{s}} = -|\vec{F}_{\text{att}}||\Delta\vec{s}| \\ &\Downarrow \\ 0 - \frac{1}{2}(M+m_P)v'^2 &= -\mu_D (M+m_P) g\, d \\ &\Downarrow \\ \mu_D &= \frac{v'^2}{2gd} \end{aligned} \tag{3}$$

Sostituendo i valori

$$\mu_D = \frac{(1.96\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.6\,\text{m}} = 0.33 \tag{4}$$