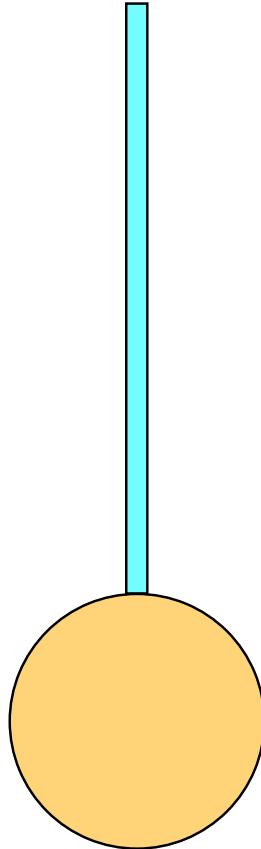


Esercizio

Un pendolo è costruito saldando un'asta sottile omogenea di lunghezza $L = 20$ cm omogenea e massa $M_A = 80$ gr con un disco omogeneo di raggio $R = 5$ cm e massa $M_D = 1$ kg.

Calcolare la posizione del centro di massa del pendolo posto in verticale



SOLUZIONE

Dati noti

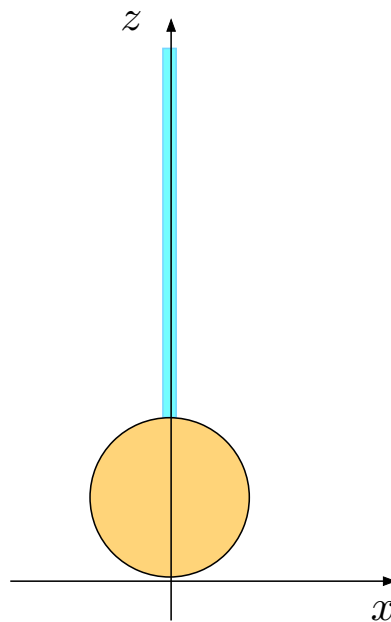
$$L = 0.2 \text{ m}$$

$$M_A = 0.08 \text{ kg}$$

$$R = 0.05 \text{ m}$$

$$M_D = 1 \text{ kg}$$

- Definiamo innanzitutto un sistema di assi $x - z$ come in figura, dove il disco è all'altezza $z = 0$, e l'asta ed il centro del disco sono posti alla coordinata $x = 0$.



- Calcoliamo innanzitutto il centro di massa di ciascuno dei due costituenti (asta e disco) separatamente.

– **centro di massa dell'asta**

Essendo l'asta omogenea il centro di massa cade al centro dell'asta, che ha coordinate:

$$\vec{r}_{CM,A} = (x_{CM,A}, z_{CM,A}) = (0, 2R + \frac{L}{2}) \quad (1)$$

– **centro di massa del disco**

Essendo il disco omogenea il centro di massa cade al centro del disco, che ha coordinate:

$$\vec{r}_{CM,D} = (x_{CM,D}, z_{CM,D}) = (0, R) \quad (2)$$

- Per calcolare il centro di massa sfruttiamo ora la proprietà distributiva del centro di massa,

$$\begin{aligned} \vec{r}_{CM} = (x_{CM}, z_{CM}) &= \frac{M_A \vec{r}_{CM,A} + M_D \vec{r}_{CM,D}}{M_A + M_D} = \\ &= \frac{M_A (0, 2R + \frac{L}{2}) + M_D (0, R)}{M_A + M_D} = \\ &= \left(0, \frac{M_A (2R + \frac{L}{2}) + M_D R}{M_A + M_D} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Sostituendo i valori per la coordinata z_{CM} otteniamo

$$\begin{aligned} z_{\text{CM}} &= \frac{0.08 \text{ kg} (2 \cdot 0.05 \text{ m} + \frac{0.2 \text{ m}}{2}) + 1 \text{ kg} \cdot 0.05 \text{ m}}{0.08 \text{ kg} + 1 \text{ kg}} = \\ &= \frac{0.08 \cdot 0.2 \text{ m} + 0.05 \text{ m}}{1.08} = \\ &= 0.06 \text{ m} \end{aligned} \tag{4}$$

Pertanto il centro di massa cade poco sopra il centro del disco

