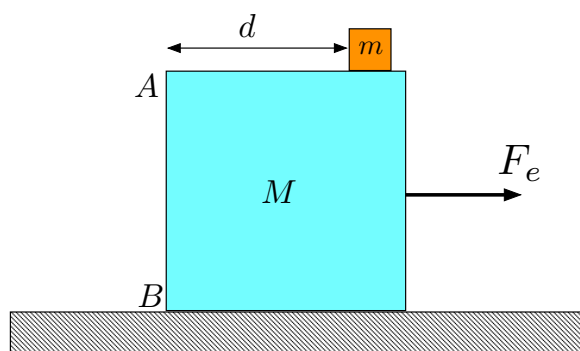


Esercizio (tratto dal Problema 2.15 del Mazzoldi)

Sopra un piano orizzontale è poggiato un cubo di massa $M = 50$ kg che può scorrere senza attrito sul piano. Sopra il cubo è poggiato un altro cubetto di massa $m = 10$ kg a distanza $d = 50$ cm dalla faccia AB del cubo più grande. All'istante iniziale, quando tutto è fermo, al cubo viene applicata una forza esterna orizzontale costante $F_e = 100$ N che lo mette in moto. Dopo $t = 2$ s il cubetto cade. Calcolare il coefficiente di attrito dinamico μ_D tra i due cubi.



SOLUZIONE

DATI NOTI

$$\begin{aligned}
 m &= 10 \text{ kg} \\
 M &= 50 \text{ kg} \\
 F_e &= 100 \text{ N} \\
 d &= 0.50 \text{ m} \\
 t &= 2 \text{ s}
 \end{aligned}$$

- Osserviamo anzitutto che, se non ci fosse attrito tra i due cubi, il cubetto m rimarrebbe *fermo* rispetto al sistema del laboratorio, mentre il cubo M gli scorre sotto per effetto della forza F . Se invece c'è attrito tra i due cubi, il cubetto m esercita su M una forza $\mu_D m g$, diretta verso sinistra, 'trattenendo' il cubo M nel suo moto verso destra. Per il terzo principio della dinamica, il cubo M esercita sul cubetto m una forza uguale e contraria (diretta verso destra) trascinando con sé il cubetto m .
- Le equazioni di Newton per i due corpi sono

$$\begin{cases} m a_m = +\mu_D m g \\ M a_M = F_e - \mu_D m g \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_m = +\mu_D g \\ a_M = \frac{F_e}{M} - \mu_D \frac{m}{M} g \end{cases} \quad (1)$$

Nel sistema solidale con cubetto m , il cubo scorre sotto di esso verso destra con accelerazione relativa

$$\begin{aligned}
 a &= a_M - a_m = \\
 &= \frac{F_e}{M} - \mu_D \frac{m}{M} g - \mu_D g = \\
 &= \frac{F_e}{M} - \mu_D g \left(1 + \frac{m}{M}\right) \quad (2)
 \end{aligned}$$

Essendo tale accelerazione *costante* (dato che F_e , m , M sono costanti), il moto relativo è uniformemente accelerato, con velocità iniziale nulla.

- Dopo un tempo t , il cubetto m vede giungere il bordo AB del cubo grande, ossia vede il cubo M aver percorso una distanza d . Come è noto, in un moto uniformemente accelerato, in un tempo t lo spazio percorso vale

$$d = \frac{1}{2} a t^2 \quad (3)$$

da cui

$$a = \frac{2d}{t^2} \quad (4)$$

- Uguagliando le due espressioni (2) e (4) per l'accelerazione relativa, otteniamo

$$\begin{aligned}
 \frac{2d}{t^2} &= \frac{F_e}{M} - \mu_D g \left(1 + \frac{m}{M}\right) \\
 &\Downarrow \\
 \mu_D &= \frac{\frac{F_e}{M} - \frac{2d}{t^2}}{g \left(1 + \frac{m}{M}\right)} \quad (5)
 \end{aligned}$$

Sostituendo i dati

$$\begin{aligned}\mu_D &= \frac{\frac{100 \text{ N}}{50 \text{ kg}} - \frac{2 \cdot 0.5 \text{ m}}{4 \text{ s}^2}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(1 + \frac{10 \text{ kg}}{50 \text{ kg}}\right)} = \\ & \quad \text{[uso } N = \text{ kg m/s}^2\text{]} \\ &= \frac{(2 - 0.25) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9.81 \cdot \frac{6}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \\ &= 0.15\end{aligned}\tag{6}$$