

Esercizio (tratto dal Problema 2.8 del Mazzoldi)

Due punti materiali, di masse $m_1 = 1.5 \text{ kg}$, e $m_2 = 1.8 \text{ kg}$ sono collegati tra loro da una molla di costante elastica $k = 50 \text{ N/m}$. La molla è a riposo. Il coefficiente di attrito statico tra m_1 ed il piano di appoggio è $\mu_1 = 0.4$, e quello tra m_2 ed il piano è $\mu_2 = 0.3$. Calcolare di quanto si può allungare al massimo la molla affinché il sistema si mantenga in equilibrio statico sul ripiano.



SOLUZIONE

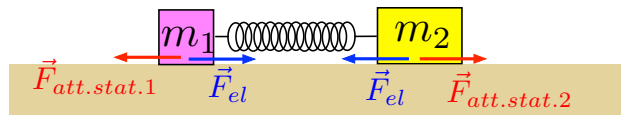
DATI NOTI

$$\begin{aligned} m_1 &= 1.5 \text{ kg} \\ m_2 &= 1.8 \text{ kg} \\ k &= 50 \text{ N/m} \\ \mu_1 &= 0.4 \\ \mu_2 &= 0.3 \end{aligned}$$

- Disegniamo anzitutto le forze che agiscono sui due corpi. Su ciascuno di essi agiscono:

- la forza elastica della molla;
- la forza di attrito statico del ripiano.

e sono riportate in figura:



- I corpi sono fermi. Pertanto la forza totale che agisce su ciascun corpo è nulla, e dunque le due forze sono uguali e contrarie

$$\text{sul corpo } m_1: \quad k |\Delta l| = |\vec{F}_{att.stat.1}| \quad (1)$$

$$(2)$$

$$\text{sul corpo } m_2: \quad k |\Delta l| = |\vec{F}_{att.stat.2}| \quad (3)$$

e dunque

$$k |\Delta l| = |\vec{F}_{att.stat.2}| = |\vec{F}_{att.stat.1}| \quad (4)$$

- Ciò è possibile se ciascuna delle due forze di attrito è inferiore alla forza di attrito statico massima, ossia se

$$|\vec{F}_{att.stat.1}| < F_{att.stat.1}^{\max} = \mu_1 m_1 g$$

e

$$|\vec{F}_{att.stat.2}| < F_{att.stat.2}^{\max} = \mu_2 m_2 g$$

Pertanto, usando le (1) e (3) ricaviamo che deve valere

$$k |\Delta l| < \mu_1 m_1 g \quad \text{e} \quad k |\Delta l| < \mu_2 m_2 g \quad (5)$$

cioè

$$k |\Delta l| < \min(\mu_1 m_1 g, \mu_2 m_2 g) \quad (6)$$

e dunque

$$|\Delta l|_{\max} = \frac{g}{k} \min(\mu_1 m_1, \mu_2 m_2) \quad (7)$$

- Calcolando esplicitamente i valori stabiliamo qual è il minimo

$$\mu_1 m_1 = 0.4 \cdot 1.5 \text{ kg} = 0.60 \text{ kg}$$

$$\rightarrow \min(\mu_1 m_1, \mu_2 m_2) = \min(0.60 \text{ kg}, 0.54 \text{ kg}) = 0.54 \text{ kg}$$

$$\mu_2 m_2 = 0.3 \cdot 1.8 \text{ kg} = 0.54 \text{ kg}$$

Sostituendo nell'Eq.(7) i dati iniziali si ottiene

$$\begin{aligned} |\Delta l|_{max} &= \frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{50 \frac{\text{N}}{\text{m}}} 0.54 \text{ kg} = \\ &= 0.106 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2 \text{ N}} = \\ & \quad [\text{uso } \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = \text{N}] \\ &= 0.106 \text{ m} \end{aligned} \tag{8}$$