

Esercizio

Un musicolo genovese che lavora in Germania, ma che risiede in Svizzera, possiede un'auto elettrica di fabbricazione americana (modello Tesla X) che è in grado di accelerare da 0 a 100 km/h in 5 secondi. Si assuma che l'accelerazione sia costante.

1. Calcolare la distanza percorsa dall'automobile in tale lasso di tempo;
2. Quanto tempo impiega per raggiungere la velocità di 50 km/h ?
3. Calcolare lo spazio che ha percorso quando avrà raggiunto tale velocità;
4. In quanto tempo percorre 100 m ?

SOLUZIONE

- Il testo assume che il moto dell'automobile sia uniformemente accelerato. Indichiamo con a l'accelerazione (costante) dell'auto. Scegliamo come origine dei tempi l'istante in cui l'auto parte e come origine spaziale il punto da cui parte. Con queste convenzioni le leggi orarie della posizione e della velocità del moto uniformemente accelerato valgono

$$x(t) = \frac{1}{2} a t^2 \quad (\text{legge oraria della posizione}) \quad (1)$$

$$v(t) = a t \quad (\text{legge oraria della velocità}) \quad (2)$$

- Per trovare l'accelerazione a sfruttiamo ciò che sappiamo sulla velocità, ossia che passa da 0 a 100 km/h in 5 s. Sostituendo nella legge oraria (2) della velocità

$$\begin{aligned} v(t = 5 \text{ s}) &= 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ &\Downarrow \\ a \cdot 5 \text{ s} &= 100 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \\ &\Downarrow \\ a &= \frac{100}{5 \text{ s}} \frac{1 \text{ m}}{3.6 \text{ s}} \\ &\Downarrow \\ a &= 5.55 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned} \quad (3)$$

Possiamo ora trovare quanto richiesto dal problema.

1. Lo spazio percorso in $t = 5 \text{ s}$ si ottiene sostituendo $t = 5 \text{ s}$ nella legge oraria (1) della posizione

$$\begin{aligned} x(t = 5 \text{ s}) &= \frac{1}{2} \cdot 5.55 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (5 \text{ s})^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5.55 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 25 \text{ s}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5.55 \cdot 25 \text{ m} = \\ &= 69.3 \text{ m} \end{aligned} \quad (4)$$

2. Per trovare in quanto tempo raggiunge la velocità di 50 Km/h, osserviamo che, siccome nel moto uniformemente accelerato la velocità cresce proporzionalmente col tempo [vedi Eq.(2)], l'auto raggiunge la velocità di 50 Km/h in metà del tempo che impiega per raggiungere 100 km/h, ossia in un tempo

$$t' = 2.5 \text{ s} \quad (5)$$

3. Per trovare lo spazio percorso dall'auto quando essa raggiunge la velocità di 50 Km/h, è sufficiente sostituire il tempo $t' = 2.5$ s (ossia l'istante al quale tale velocità è raggiunta) nella legge oraria (1) della posizione

$$\begin{aligned}
 x(t = 2.5 \text{ s}) &= \frac{1}{2} \cdot 5.55 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (2.5 \text{ s})^2 = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 5.55 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 6.25 \text{ s}^2 = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 5.55 \cdot 25 \text{ m} = \\
 &= 17.34 \text{ m}
 \end{aligned} \tag{6}$$

e corrisponde dunque ad 1/4 dello spazio che l'auto percorre per raggiungere i 100 Km/h.

4. Denotiamo con t^* l'istante di tempo in cui l'auto si trova alla posizione $x = 100$ m. Sfruttiamo nuovamente la legge oraria (1), ottenendo

$$\begin{aligned}
 x(t^*) &= 100 \text{ m} = \\
 &\downarrow \\
 \frac{1}{2} a t^{*2} &= 100 \text{ m} = \\
 &\downarrow \\
 t^{*2} &= \frac{200 \text{ m}}{a} \\
 &\downarrow \text{ [uso la (3)]} \\
 t^* &= \sqrt{\frac{200 \text{ m}}{5.55 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \\
 &\downarrow \\
 t^* &= 6.0 \text{ s}
 \end{aligned} \tag{7}$$